

**UNIVERSIDAD COOPERATIVA DE COLOMBIA**  
**Bucaramanga**  
**Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas**  
**ADMINISTRACIÓN DE EMPRESAS**  
**INVESTIGACIÓN OPERACIONAL II (120301451)**

Docente: **HÉCTOR FLORENTINO HERNÁNDEZ CÁRDENAS**

Libro Guía: ANDERSON, David R. SWEENEY, Dennis J. WILLIAMS, Thomas A. **MÉTODOS CUANTITATIVOS para los negocios**; Novena edición; CENGAGE Learning. México 2.009.

## 2. MODELOS BÁSICOS DE INVENTARIOS

El inventario se refiere a mercancías o materiales conservados por la organización para usarlos en algún momento en el futuro. Pueden ser materias primas, partes compradas, componentes, subensambles, trabajo en proceso, mercancías terminadas y suministros. El inventario sirve como un amortiguador contra la incertidumbre de la necesidad de los materiales, y mantiene disponible un suministro de artículos en caso que la organización o sus clientes lo requieran. Las preguntas a responder son *cuánto* y *cuándo* ordenar.

### 1.1 MODELO DE LOTE ECONÓMICO A ORDENAR (LEO)

El modelo de Cantidad Económica de Pedido (CEP) o Lote Económico a Ordenar (LEO) es aplicable cuando la demanda para un artículo muestra una tasa constante, o casi, constante (Tasa de demanda constante), y cuando toda la cantidad ordenada llega al inventario en un mismo punto en el tiempo.

**CASO R & B Beverage.** Es una distribuidora de cerveza, vino y refrescos. Desde un almacén principal ubicado en Columbus, Ohio, R & G le suministra bebidas a casi mil tiendas minoristas. El inventario de cerveza, que constituye alrededor del 40% del inventario total de la compañía, promedia aproximadamente 50.000 cajas. Con un costo promedio por caja de aproximadamente 8 dólares, se estima que su valor es \$400.000.

El gerente de almacén decidió realizar un estudio detallado de los costos de inventario asociado con Bub Beer, la cerveza de mayor venta de R & G. El propósito del estudio es establecer cuánto y cuándo ordenar la cerveza que dará como resultado el menor costo total posible. Como primer paso en el

estudio, el gerente de almacén obtuvo los siguientes datos de demanda para las pasadas 10 semanas.

| Semana                | Demanda (cajas) |
|-----------------------|-----------------|
| 1                     | 2000            |
| 2                     | 2025            |
| 3                     | 1950            |
| 4                     | 2000            |
| 5                     | 2100            |
| 6                     | 2050            |
| 7                     | 2000            |
| 8                     | 1975            |
| 9                     | 1900            |
| 10                    | 2000            |
| <b>Total de cajas</b> | <b>20.000</b>   |

Promedio de cajas por semana 2000

En cualquier aplicación particular, el administrador debe determinar si las suposiciones del modelo están lo bastante cerca de la realidad para que éste sea útil.

- Cuánto ordenar:
1. Mantener inventarios pequeños y ordenar frecuentemente.
  2. Mantener inventarios grandes y ordenar con poca frecuencia.

Para encontrar un compromiso óptimo entre estas alternativas, consideremos un modelo matemático que muestre el costo total como la suma del costo de mantener y el de ordenar.

**Costo de mantener:** 18% anual de costo de capital + 7% otros (seguros, impuestos, robo y generales) Total 25% del costo total del inventario.

Como el costo promedio de una caja de cerveza es \$8, entonces el costo de mantener el inventario es de \$2 por caja.

**Costo de ordenar:** Se considera fijo sin importar la cantidad del pedido, cubre la preparación de la orden de compra, el procesamiento del pedido incluyendo pago, franqueo, teléfono, transporte, verificación de la factura, recepción, etc. Para R & G por mano de obra \$15 y por \$17 por los demás costos para un total de \$32 por orden.

Definimos: Q = Cantidad a ordenar.

Encontrar el valor de Q que minimizará la suma de los costos de mantener y ordenar el inventario.

El inventario promedio durante cada ciclo es  $\frac{1}{2} Q$ . Entonces el costo de mantener se puede calcular multiplicando el costo de mantener una unidad del inventario (generalmente anual) por la cantidad promedio de inventario.

Sea:  $C_h = IC$

I = tasa de costo de mantener anual.

C = costo unitario del elemento del inventario

$C_h$  = Costo anual de mantener una unidad en inventario.

Costo de mantener anual = (inventario promedio)(Costo de mantener anual por unidad)

$$= \frac{1}{2} Q C_h$$

Para completar el modelo de costo total, ahora debemos incluir el costo anual de ordenar.

Sea: D = Demanda anual para el producto = (52 semanas)(2000 cajas por semana) = 104.000 cajas anuales.

Sabemos que al ordenar Q unidades cada vez, tendremos que colocar D/Q pedidos por año.

Si  $C_o$  = costo de colocar un pedido.

Costo de ordenar anual = (cantidad de pedidos anuales)(costo por pedido)

$$= \left(\frac{D}{Q}\right) C_o$$

El Costo Total (TC) puede expresarse como sigue.

Costo anual total = Costo de mantener anual + Costo de ordenar anual

$$TC = \frac{1}{2} Q C_h + \frac{D}{Q} C_o$$

Usando los datos de Bud Beer [ $C_h = IC = (0.25)(\$8) = \$2$ ,  $C_o = \$32$  y  $D = 104.000$ ]

Entonces  $TC = \frac{1}{2} Q (\$2) + (104.000/Q)(\$32) = Q + (3.328.000 / Q)$

Ahora tenemos expresado el costo total como una función de cuánto deberíamos ordenar para situaciones de inventario en las que son válidas las suposiciones del modelo de cantidad económica a ordenar.

### 3.1.1 La decisión de cuánto ordenar

Podemos hacerlo por prueba y error porque es fácil pero no nos da un valor exacto. En 1.915 F. W. Harris derivó la fórmula matemática para la cantidad económica a ordenar.

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DC_o}{C_h}}$$

La cantidad a ordenar con costo anual total mínimo para Bub Beer es:  $Q^* = \sqrt{(2(104.000)32 / 2)} = 1.824$  cajas

Ordenando 1.824 cajas la política de inventario de costo mínimo para Bub Beer tiene un costo anual total de \$3.649

### 3.1.2 La decisión de cuándo ordenar

**La posición de inventario** se define como la cantidad de inventario a la mano más la cantidad de inventario en pedido. La decisión de cuándo ordenar se expresa en función de un **punto de reorden**, la posición de inventario en la cual debe colocarse un pedido nuevo.

El fabricante de Bub Beer garantiza una entrega en dos días de cualquier pedido colocado por R&B Beverage. Suponiendo que R&B opera 250 días al año, y la demanda anual es de 104.000 cajas, entonces  $104.000/250=416$  cajas/día. Como el fabricante demora dos días en entregar calculamos  $2 \times 416=832$  cajas de venta durante los días de entrega del pedido, en terminología de inventarios se conoce como **tiempo de entrega** para un nuevo pedido y la demanda durante este periodo como **demanda del tiempo de entrega**, R&B debe ordenar un nuevo embarque de Bub Beer al fabricante cuando el inventario alcance 832 cajas. Expresión general  $r=dm$  donde r=punto de reorden, d=demanda por día, m=tiempo de remisión para un nuevo pedido en días.

El periodo entre pedidos se conoce como **tiempo de ciclo**. Ya habíamos definido  $D/Q$  como la cantidad de pedidos que se colocarán en un año. Por tanto  $D/Q^* = 104.000 / 1.824 = 57$  es la cantidad de pedidos que R&B colocará para Bub Beer cada año al costo mínimo de cuánto ordenar, Entonces  $250/57=4.39$  días hábiles es el tiempo de ciclo. Expresión general:  $T = \frac{250}{D/Q^*} = \frac{250Q^*}{D}$

### 3.1.3 Análisis de sensibilidad para el modelo LEO

Recordemos que las cifras de costo de por pedido (\$32) y costo de mantener (25%) son solamente las mejores estimaciones que se pudieron hacer. Debemos considerar cuanto cambiaría la cantidad a ordenar con diferentes valores de los costos de ordenar y mantener.

| Costo de Mantener Inventario posible (%) | Costo posible por pedido | Cantidad a ordenar óptima (Q*) | Costo anual total proyectado |               |
|--|--------------------------|--------------------------------|------------------------------|---------------|
|  |                          |                                | Usando Q*                    | Usando Q=1824 |
| 24                                       | 30                       | 1.803                          | 3.461                        | 3.462         |
| 24                                       | 34                       | 1.919                          | 3.685                        | 3.690         |
| 26                                       | 30                       | 1.732                          | 3.603                        | 3.607         |
| 26                                       | 34                       | 1.844                          | 3.835                        | 3.836         |

El valor de Q\* es estable, Basados en estos resultados, la mejor cantidad a ordenar para Bub Beer está en el rango de 1.700 y 2.000 cajas y su costo estaría entre \$3.400 y \$3.800 anual.

El modelo LEO es insensible a variaciones o errores pequeños en las estimaciones de costo. Esta insensibilidad es una propiedad general de los modelos LEO, Indicando que sí tenemos al menos estimaciones razonables del costo de ordenar y el costo de mantener, podemos esperar obtener una buena aproximación a la verdadera cantidad a ordenar de costo mínimo.

### 1.1.4 Supuestos del modelo LEO

1. La demanda D es determinística y corre a una tasa constante.
2. La cantidad a ordenar Q es la misma para cada periodo. El nivel de inventario aumenta por Q unidades cada vez que se recibe un pedido.
3. El costo por pedido,  $C_o$ , es constante y no depende de la cantidad ordenada.
4. El costo de compra por unidad, C, es constante y no depende de la cantidad ordenada.
5. El costo de mantener inventario por unidad por periodo de tiempo,  $C_h$ , es constante. El costo de mantener inventario total depende tanto de  $C_h$  como del tamaño del inventario.
6. No se permite que se agoten las existencias ni que tenga pedidos pendientes por surtir por causa de falta de ésta.
7. El tiempo de entrega para un pedido es constante.
8. La posición del inventario se revisa en forma continua. Como resultado, se coloca un pedido tan pronto como la posición del inventario alcanza el punto de reorden.

## SOLUCIÓN CON WinSQB

### 1.2 DESCUENTO POR VOLUMEN PARA EL MODELO LEO

Los descuentos por volumen ocurren en numerosas situaciones en las que los proveedores proporcionan un incentivo por cantidades de pedido mayores ofreciendo un costo unitario de compra menor cuando los artículos se ordenan en mayor cantidad.

Supongamos que tenemos un producto en el que es aplicable el modelo LEO básico, pero en lugar de un costo fijo, el proveedor cita el siguiente programa de descuentos.

| Categoría de descuento | Tamaño del pedido | Descuento % | Costo unitario |  |
|------------------------|-------------------|-------------|----------------|--|
| 1                      | 0 a 999           | 0           | 5.00           | El descuento del 5% para la cantidad a ordenar mínima de 2.500 unidades luce tentador. Sin embargo, a mayores cantidades a ordenar dan como resultado costos de mantener inventarios mayores, debemos hacer un análisis antes de hacer una recomendación de ordenar. |
| 2                      | 1.000 a 2.499     | 3           | 4.85           |  |
| 3                      | 2.500 o más       | 5           | 4.75           |  |

Para el ejemplo, la tasa de costo de mantener anual es de 20%, un costo de ordenar de \$49 por pedido y una demanda anual de 5.000 unidades; usamos  $Q_1$  como la cantidad a ordenar para la categoría 1,  $Q_2$  para la categoría de descuento 2 y  $Q_3$  para la categoría de descuento 3.

**Paso 1:** Para cada categoría de descuento, calcule un  $Q^*$  usando la fórmula LEO.

Una propiedad del modelo de descuento por cantidad LEO es: Sí una  $Q^*$  calculada para un precio con descuento es lo bastante grande para calificar a un descuento mayor, el valor de  $Q^*$  no es una solución óptima.

$$Q^* = \sqrt{(2DC_o / C_h)} \quad \text{donde } C_h = IC = (0.20) C \quad \text{Entonces para las tres categorías tenemos:}$$

$$Q^*_1 = \sqrt{(2(5000)49 / (0.20)(5.00))} = 700$$

$$Q^*_3 = \sqrt{(2(5000)49 / (0.20)(4.75))} = 718$$

$$Q^*_2 = \sqrt{(2(5000)49 / (0.20)(4.85))} = 711$$

En este caso, tanto  $Q^*_2$  como  $Q^*_3$  son cantidades a ordenar insuficientes para obtener el descuento

asumido de \$4,85 y \$4,75 respectivamente. Para estos casos debemos:

**Paso 2:** Para la  $Q^*$  que es demasiado pequeña para calificar para el precio con descuento, ajuste la cantidad a ordenar a la cantidad mínima para lograr el descuento.

Para el ejemplo  $Q^*_2 = 1.000$  y  $Q^*_3 = 2.500$ .

En los modelos anteriores, el costo de compra anual del artículo no se incluía porque era constante, sin embargo en el modelo de descuento por cantidad, el costo de compra anual depende de la cantidad a ordenar y el costo unitario asociado. Incluidos el costo de compra anual ( $D \times C$ ) en la ecuación para calcular el costo total.

$$TC = \frac{1}{2} Q C_h + \frac{D}{Q} C_o + D$$

**Paso 3:** Para cada cantidad a ordenar resultante de los pasos 1 y 2, calcule el costo anual total usando el precio unitario de la categoría de descuento apropiada.

*La cantidad a ordenar que produce el costo anual total mínimo es la cantidad a ordenar óptima.*

Cálculo del costo anual total para el modelo leo con descuento por volumen.

| Categoría<br>De descuento | Costo<br>unitario | Cantidad<br>a ordenar | Costo anual |         |         | Total  |
|---------------------------|-------------------|-----------------------|-------------|---------|---------|--------|
|                           |                   |                       | Mantener    | Ordenar | Comprar |        |
| 1                         | 5.00              | 700                   | 350         | 350     | 25.000  | 25.700 |
| 2                         | 4.85              | 1.000                 | 485         | 245     | 24.250  | 24.980 |
| 3                         | 4.75              | 2.500                 | 1.188       | 98      | 23.750  | 25.036 |

Aunque la cantidad a ordenar de 2.500 unidades dará como resultado un descuento del 5%, su costo total la hace la segunda mejor solución,  $Q^* = 1.000$  proporciona la cantidad a ordenar de costo mínimo.

## SOLUCIÓN CON WinQSB

### GLOSARIO

**Lote económico a ordenar (LEO)** Cantidad a ordenar que minimiza los costos anuales de mantener y de ordenar.

**Tasa de demanda constante** Suposición de muchos modelos de inventario que establece que se toma la misma cantidad de unidades del inventario en cada periodo.

**Costo de mantener** Costo asociado con mantener una inversión en inventario, incluyendo el costo de la inversión de capital en el inventario, seguros, impuestos, gastos generales del almacén, etc. Este costo puede establecerse como un porcentaje de inversión en inventario o como un costo por unidad.

**Costo de capital** Costo en el que incurre una empresa para obtener capital para inversión. Puede establecerse como una tasa de porcentaje anual, y es parte del costo de mantener asociado con el mantenimiento del inventario.

**Costo de ordenar** Un costo que es fijo para cada pedido (salarios, papel, transporte, etc.) y está asociado con colocar ese pedido para un artículo.

**Posición de inventario** Inventario disponible más el inventario ya pedido.

**Punto de reorden** Posición del inventario en la que debe colocarse un pedido nuevo.

**Tiempo de entrega** Tiempo entre la colocación de un pedido y su recepción en el sistema de inventario.

**Demanda del tiempo de entrega** Cantidad de unidades demandadas durante el tiempo de entrega.

**Tiempo de ciclo** Tiempo que transcurre entre la colocación de dos pedidos consecutivos.

**Tasa de suministro constante** Situación

## BIBLIOGRAFIA

**MÉTODOS CUANTITATIVOS para los negocios;** David R. Anderson, Dennis J. Sweeney, Thomas A. Williams; Novena edición; CENGAGE Learning. México

**INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES EN LA CIENCIA ADMINISTRATIVA;** G. D. Eppen, F. J. Gould, C.P. Schmidt, Jeffrey H. Moore, Larry R. Weatherford; Edición en español; PRENTICE-HALL HISPANOAMERICANA S.A. México. 1re, 3re y 5ta Ediciones.

**ADMINISTRACIÓN DE OPERACIONES Toma de decisiones en la función de operaciones;** Roger G. Schroeder; Tercera edición; McGRAW-HILL. México. 3ra Edición.

**DESARROLLE E IMPLEMENTE UN SISTEMA OPERACIONAL, más allá del análisis técnico.** Tushur S. Chande, PhD; Prentice Hall.

**MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA LA TOMA DE DECISIONES EN ADMINISTRACIÓN.** Charles A. Gallagher, Hugh J. Watson; McGraw Hill.

**LA ESENCIA DE LA ADMINISTRACIÓN DE OPERACIONES.** Terry Hill; Prentice Hall Hispanoamericana S.A.

**EJERCICIOS DE INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES.** Félix Alonso Gornollon. ESIC Escuela Superior de Gestión Comercial y Marketing.

**INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES.** Frederick S. Hillier, Gerald J. Lieberman. McGraw Hill. 5ta, 6ta y 7ma Edición.

**ADMINISTRACIÓN DE OPERACIONES, Estrategia y Análisis.** Lee J. Krajewski, Larry P. Ritzman. Prentice Hall. 5ta Edición.

**INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES, El arte de la toma de decisiones.** Kamlesh Mathur, Daniel Solow. Prentice Hall Hispanoamericana S.A.

**INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES, Interpretación de modelos y casos.** Mohammad Naghi Namakforoosh. LIMUSA Noriega Editores.

**ADMINISTRACIÓN DE OPERACIONES Y PRODUCCIÓN, Calidad Total y respuesta sensible rápida.** Hamid Noori, Russell Radford. McGraw Hill.

**INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES.** Herbert Moskowitz, Gordon P. Wright. Prentice Hall Hispanoamericana S.A.

**INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES, Métodos y problemas.** Maurice Sasiens, Arthur Yaspan, Lawrence Friedman. LIMUSA.

**INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES, Un enfoque fundamental.** James E. Shamblyn, G. T. Stevenson. McGraw Hill.

**INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES.** Hamdy A. Taha. Alfaomega. 5ta Edición.

**ANÁLISIS CUANTITATIVO PARA LA TOMA DE DECISIONES.** Bierman, Bonini, Hausman. IRWIN McGraw Hill. 8va y 9na Edición.