

UNIVERSIDAD COOPERATIVA DE COLOMBIA
Bucaramanga
Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas
ADMINISTRACIÓN DE EMPRESAS
INVESTIGACIÓN OPERACIONAL II (120301451)

Docente: **HÉCTOR FLORENTINO HERNÁNDEZ CÁRDENAS**

Libro Guía: ANDERSON, David R. SWEENEY, Dennis J. WILLIAMS, Thomas A. **MÉTODOS CUANTITATIVOS para los negocios**; Novena edición; CENGAGE Learning. México 2.009.

1. MODELOS DE LÍNEA DE ESPERA

Agregar más recursos de atención no siempre es la estrategia más económica para mejorar el servicio, de modo que los negocios necesitan determinar formas de mantener los tiempos de espera dentro de límites razonables.

En términos de métodos cuantitativos se conocen como **colas** y su estudio como **teoría de colas**. A principios del siglo XX el ingeniero telefónico Danés A. K. Erlang inicio un estudio de la congestión y tiempos de espera en las llamadas. Hoy se aplica a una gran variedad de situaciones.

Características operativas de una línea:

1. Probabilidad que no haya unidades o clientes en el sistema.
2. Cantidad promedio de unidades en la línea de espera.
3. Cantidad promedio de unidades en el sistema (en la línea más las que se están atendiendo)
4. Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera.
5. Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema.
6. Probabilidad de espera por el servicio que tiene una unidad que llega al sistema.

2.1 ESTRUCTURA DE UN SISTEMA DE LÍNEA DE ESPERA

Burger Dome, vende hamburguesas, hamburguesas con queso, papas fritas, refrescos y malteadas, así como un número limitado de artículos de especialidad y postres. A Burger Dome le preocupa que los métodos que se usan actualmente para servir a los clientes dan como resultado tiempos de espera excesivos. La administración desea realizar un estudio con el fin de ayudar a determinar el mejor enfoque para reducir los tiempos de espera y mejorar el servicio.

Línea de espera de un solo canal

Actualmente en Burger Dome, un empleado toma el pedido de un cliente, determina el costo total del pedido, toma el dinero del cliente y luego llena el pedido. Al terminar con este cliente, el empleado toma el pedido del siguiente cliente que espera el servicio. Esta operación es un ejemplo de **línea de espera de un solo canal**. Cada cliente debe pasar por un canal, cuando llegan más clientes se forma una línea de espera y esperan que se desocupe la estación para tomar y surtir el pedido.

Distribución de llegada

Definir el proceso de llegada para una línea de espera implica determinar la distribución de probabilidad para la cantidad de llegadas en un periodo dado. Para muchas situaciones de línea de espera, cada llegada ocurre *aleatoriamente e independiente* de otras llegadas y no podemos predecir cuándo ocurrirá. En tales casos, los analistas cuantitativos han determinado que la **distribución de probabilidad de Poisson** proporciona una buena descripción del patrón de llegadas.

La función de probabilidad de Poisson proporciona la probabilidad de x llegadas en un periodo de tiempo:

$$P(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \text{ para } x = 0, 1, 2, \dots$$

Donde: x = la cantidad de llegadas en el periodo

λ = la cantidad promedio de llegadas por periodo

e = 2.71828* Se encuentra en las calculadoras o en la tabla $e^{-\lambda}$

Suponga que Burger Dome analizó los datos sobre las llegadas de los clientes y concluyó que la tasa media de llegada es de 45 clientes por hora. Para un periodo de un minuto, la tasa media de llegada sería $\lambda = 45$ clientes /

60 minutos = 0,75 clientes por minuto, calculamos la probabilidad de x llegas por minuto: $P(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} =$

$\frac{0.75^x e^{-0.75}}{x!}$ Entonces para:

$$P(0) = \frac{0.75^0 e^{-0.75}}{0!} = e^{-0.75} = 0.4724$$

$$P(1) = \frac{0.75^1 e^{-0.75}}{1!} = 0.75 e^{-0.75} = 0.75(0.4724) = 0.3543$$

$$P(2) = \frac{0.75^2 e^{-0.75}}{2!} = \frac{(0.75)^2 e^{-0.75}}{2!} = \frac{(0.5625)(0.4724)}{2} = 0.1329$$

Distribución de tiempos de servicio

El tiempo de servicio es el tiempo que pasa un cliente en las instalaciones una vez que el servicio ha iniciado. Comienza cuando un cliente empieza a colocar el pedido con el empleado y continúa hasta que el cliente recibe el pedido.

Los analistas encontraron que la distribución de probabilidad para el tiempo de servicio sigue una **distribución de probabilidad exponencial**, podemos calcular: $P(\text{tiempo de servicio} \leq t) = 1 - e^{-\mu t}$

μ = la cantidad media de unidades que pueden servirse por periodo

e = 2,71828

Burger Dome estudio el proceso de toma y surtido de pedidos y encontró que el empleado sólo puede procesar un promedio de 60 pedidos por hora, calculamos la tasa de servicio media $\mu = 60$ clientes / 60 minutos = 1 cliente por minuto. Entonces: $P(\text{tiempo de servicio} \leq 0.5 \text{ min}) = 1 - e^{-1(0.5)} = 1 - 0.6065 = 0.3935$

$$P(\text{tiempo de servicio} \leq 1.0 \text{ min}) = 1 - e^{-1(1.0)} = 1 - 0.3679 = 0.6321$$

$$P(\text{tiempo de servicio} \leq 2.0 \text{ min}) = 1 - e^{-1(2.0)} = 1 - 0.1353 = 0.8647$$

Disciplina en la línea de espera

Las unidades que esperan servicio se acomodan según el principio **el primero que llega, primero al que se sirve**; este enfoque se conoce como disciplina de línea de espera o disciplina de cola **FCFS (first-come, first-served)**.

Operación de estado estable

El periodo de comienzo o principio se conoce como **periodo transitorio** (no hay unidades en el sistema), cuando el sistema alcanza la operación normal se conoce como **operación de estado estable**. Los modelos de línea de espera describen las características operativas de estado estable de una línea de espera.

2.2 MODELO DE LÍNEA DE ESPERA DE UN SOLO CANAL CON LLEGADAS DE POISSON Y TIEMPOS DE SERVICIO EXPONENCIALES

Aplicaremos las formulas que se han desarrollado para buscar información acerca de las características operativas de la línea de espera.

Características operativas

λ = la cantidad promedio de llegadas por periodo (tasa media de llegada)

μ = la cantidad promedio de servicio por periodo (tasa media de servicio)

- | | | |
|---|--|-------------------------|
| 1. Probabilidad de que no haya unidades en el sistema: | $P_o = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$ | |
| 2. Cantidad promedio de unidades en la línea de espera: | $L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$ | |
| 3. Cantidad promedio de unidades en el sistema: | $L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$ | |
| 4. Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera: | $W_q = \frac{L_q}{\lambda}$ | |
| 5. Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema: | $W = W_q + \frac{1}{\mu}$ | |
| 6. Probabilidad que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio: | $P_w = \frac{\lambda}{\mu}$ | o Factor de utilización |
| 7. Probabilidad de n unidades en el sistema: | $P_n = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_o$ | |

Condición: $\frac{\lambda}{\mu} < 1$ o $\mu > \lambda$; de lo contrario la línea de espera continuará creciendo sin límite debido a que la instalación de servicio no tiene suficiente capacidad para manejar las unidades que llegan.

La notación Kendall útil para clasificar la amplia variedad de modelos de línea de espera está compuesto por: A/B/k

- Donde:
- A denota la distribución de probabilidad para las llegadas
 - B denota la distribución de probabilidad para el tiempo de servicio
 - k denota la cantidad de canales

Dependiendo de la letra que aparezca en la posición A o B, puede describir una variedad de sistemas de línea de espera. Empleando las siguientes letras:

M designa una distribución de probabilidad de Poisson para las llegadas o una distribución de probabilidad exponencial para el tiempo de servicio.

D designa que las llegadas o tiempo de servicio son determinísticas o constantes.

G designa que las llegadas o el tiempo de servicio tienen una distribución de probabilidad general con una media y varianza conocidas.

El modelo de la línea de espera de un solo canal con llegadas de Poisson y tiempos de servicio exponencial se clasifica como M/M/1. Este mismo modelo con dos canales M/M/2.

2.3 MODELO DE LÍNEA DE ESPERA DE UN SOLO CANAL CON LLEGADAS DE POISSON Y TIEMPOS DE SERVICIO ARBITRARIOS

Ahora suponemos que la distribución de probabilidad para los tiempos de servicio es una distribución de probabilidad general o no especificada. Usando la notación Kandall **M/G/1**

Características operativas para el modelo M/G/1

La notación usada para describir las características usada por el modelo M/G/1 son:

- λ = la tasa media de llegada
- μ = la tasa media de servicio
- $\hat{\sigma}$ = la desviación estándar del tiempo de servicio

- | | | |
|---|---|--------------------|
| 1. Probabilidad de que no haya unidades en el sistema: | $P_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$ | |
| 2. Cantidad promedio de unidades en la línea de espera: | $L_q = \frac{\lambda^2 \hat{\sigma}^2 + (\lambda/\mu)^2}{2(1 - \lambda/\mu)}$ | |
| 3. Cantidad promedio de unidades en el sistema: | $L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$ | |
| 4. Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera: | $W_q = \frac{L_q}{\lambda}$ | |
| 5. Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema: | $W = W_q + \frac{1}{\mu}$ | |
| 6. Probabilidad que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio:
<i>utilización</i> | $P_w = \frac{\lambda}{\mu}$ | o <i>Factor de</i> |

Tiempos de servicio constantes

Esta línea de espera puede ocurrir en ambientes de producción y manufactura donde los tiempos de servicio controlados por máquinas son constantes. Modelo M/D/1, con D refiriéndose a los tiempos de servicio determinísticos. Con la condición que la desviación estándar del tiempo de servicio constante es $\hat{\sigma} = 0$, solo cambia:

Cantidad promedio de unidades en la línea de espera: $L_q = \frac{(\lambda/\mu)^2}{2(1 - \lambda/\mu)}$

Se puede tratar de mejorar el servicio aumentando la tasa media de servicio μ , pero se logran un mayor impacto reduciendo la variación de los tiempos de servicio, porque reduce la cantidad de unidades promedio en la línea de espera.

2.4 MODELO DE LÍNEA DE ESPERA CON CANALES MÚLTIPLES CON LLEGADAS DE POISSON Y TIEMPOS DE SERVICIO EXPONENCIAL.

Una línea de espera con canales múltiples consiste en dos o más canales de servicio que se supone son idénticos desde el punto de vista de la capacidad. Además, las unidades que llegan esperan en una sola línea y luego pasan al primer canal disponible para ser servidas. Los modelos M/M/k deben cumplir las siguientes condiciones:

1. Las llegadas siguen una distribución de probabilidad de Poisson.
2. Tiempo de servicio para cada canal sigue una distribución de probabilidad exponencial.
3. La tasa media de servicio μ es la misma para cada canal.
4. Las llegadas esperan en una sola línea de espera y luego pasan al primer canal disponible para el servicio.

Características operativas: λ = la tasa media de llegada para el sistema
 μ = la tasa media de servicio para cada canal
 k = la cantidad de canales

- | | |
|---|---|
| 1. Probabilidad de que no haya unidades en el sistema: | $P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{k-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} + \frac{(\lambda/\mu)^k}{k!} \left(\frac{k\mu}{k\mu - \lambda}\right)}$ |
| 1. Cantidad promedio de unidades en la línea de espera: | $L_q = \frac{(\lambda/\mu)^k \lambda \mu}{(k-1)!(k\mu - \lambda)^2} P_0$ |
| 2. Cantidad promedio de unidades en el sistema: | $L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$ |
| 3. Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera: | $W_q = \frac{L_q}{\lambda}$ |
| 4. Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema: | $W = W_q + \frac{1}{\mu}$ |
| 5. Probabilidad que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio: | $P_w = \frac{1}{k!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \left(\frac{k\mu}{k\mu - \lambda}\right) P_0$ |

o Factor de utilización

- | | |
|--|---|
| 6. Probabilidad de n unidades en el sistema: | $P_n = \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} P_0 \quad \text{para } n \leq k$ |
| | $P_n = \frac{(\lambda/\mu)^n}{k! k^{(n-k)}} P_0 \quad \text{para } n > k$ |

2.5 MODELO DE CANALES MÚLTIPLES CON LLEGADAS DE POISSON, TIEMPOS DE SERVICIO ARBITRARIOS Y SIN LÍNEAS DE ESPERA

Suposiciones del modelo M/G/k:

1. El sistema tiene k canales

2. Las llegadas tienen una distribución de probabilidad de Poisson, con una tasa media de llegada λ
3. Los tiempos de servicio para cada canal pueden tener cualquier distribución de probabilidad.
4. La tasa media de servicio μ es la misma para cada canal.
5. Una llegada entra al sistema sólo si al menos un canal está disponible. Se **bloquea** toda llegada que ocurra cuando todos los canales están ocupados; es decir, se niega el servicio y no se le permite entrar al sistema.

¿Cuántos canales o servidores deberían usarse?

Características operativas para el modelo M/G/k con los clientes bloqueados eliminados

Probabilidades de estado estable que j de los k canales estaría ocupado:
$$P_j = \frac{(\lambda/\mu)^j / j!}{\sum_{i=0}^k (\lambda/\mu)^i / i!}$$

donde: λ = la tasa media de llegadas
 μ = la tasa media de servicio para cada canal
 k = la cantidad de canales
 P_j = la probabilidad de que j de los k canales estarán ocupados para $j = 0, 1, 2, \dots, k$

Cantidad de unidades promedio en el sistema o canales promedio en uso:
$$L = \frac{\lambda}{\mu} [1 - P_k]$$

Ejemplo 2: Microdata Software usa un sistema telefónico de pedidos para sus productos de software. Los clientes colocan pedidos usando la línea 01 8000 de la compañía. Suponga que las llamadas a este número llegan con una tasa promedio de 12 llamadas por hora. El tiempo requerido para procesar un pedido telefónico varía considerablemente de un pedido a otro. Sin embargo, puede esperarse que cada representante de ventas maneje un promedio de 6 llamadas por hora. Actualmente cuentan con tres líneas o canales internos y cada uno asignado a un representante de ventas. Las llamadas recibidas se transfieren automáticamente a una línea o canal si está disponible.

Siempre que las tres líneas están ocupadas, los que llaman reciben una señal de ocupado. La administración suponía que quienes llamaban y recibían una señal de ocupado llamarían más tarde. Sin embargo, una investigación reciente sobre pedidos telefónicos mostró que un número considerable de personas que llaman a quienes se les niega el acceso no vuelven a telefonar. Estas llamadas no contestadas representan ingresos perdidos para la empresa, así que la administración solicitó un análisis del sistema de pedidos telefónicos. Específicamente, la administración desea conocer el porcentaje de clientes que obtienen señales de ocupado y son bloqueadas del sistema. Si la meta de la administración es proporcionar capacidad suficiente para manejar a 90% de los que llaman, ¿Cuántas líneas telefónicas y representantes de ventas debería usar Microdata?

$$P_3 = \frac{(12/6)^3 / 3!}{(12/6)^0 / 0! + (12/6)^1 / 1! + (12/6)^2 / 2! + (12/6)^3 / 3!} = \frac{1.3333}{6.3333} = 0.2105$$

$$P_4 = \frac{(12/6)^4 / 4!}{(12/6)^0 / 0! + (12/6)^1 / 1! + (12/6)^2 / 2! + (12/6)^3 / 3! + (12/6)^4 / 4!} = \frac{0.667}{7} = 0.0952$$

$$L = \frac{\lambda}{\mu} [1 - P_4] = \frac{12}{6} [1 - 0.0952] = 1.8095$$

2.6 MODELOS DE LÍNEAS DE ESPERA CON POBLACIONES FINITAS DE DEMANDANTES

La cantidad máxima de unidades o clientes que pueden buscar servicio es finito. En este caso la tasa media de llegada para el sistema cambia, dependiendo de la cantidad de unidades en la línea de espera; población finita.

Supuestos:

1. Las llegadas para cada unidad siguen una distribución de probabilidad de Poisson, con una tasa media de llegada λ .
2. Los tiempos de servicio siguen una distribución de probabilidad exponencial, con una tasa media de servicio μ .
3. La población de unidades que puede buscar el servicio es finita.

Características operativas para el modelo M/M/1 con una población finita de demandantes.

donde: λ = la tasa media de llegadas para cada unidad
 μ = la tasa media de servicio
 N = el tamaño de la población

1. Probabilidad de que no haya unidades en el sistema:

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^N \frac{N!}{(N-n)!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n}$$

2. Cantidad promedio de unidades en la línea de espera:

$$L_q = N - \frac{\lambda + \mu}{\lambda} (1 - P_0)$$

3. Cantidad promedio de unidades en el sistema:

$$L = L_q + (1 - P_0)$$

4. Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera:

$$W_q = \frac{L_q}{(N-L)\lambda}$$

5. Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema:

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

6. Probabilidad que una unidad que llega tenga que esperar por el servicio:
o Factor de utilización

$$P_w = 1 - P_0$$

7. Probabilidad de n unidades en el sistema:
0, 1, ..., N

$$P_n = \frac{N!}{(N-n)!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 \quad \text{para } n =$$

2.7 ANÁLISIS ECONÓMICO DE LAS LÍNEAS DE ESPERA

Cuando se quiere identificar el costo de operar el sistema de línea de espera y luego, basar la decisión respecto al diseño del sistema, en un costo de operación por hora o por día mínimos. Se debe elaborar un modelo de costo total, el cual incluya el costo de esperar y el costo de servicio. Definimos:

c_w = el costo de esperar por periodo para cada unidad

L = la cantidad promedio de unidades en el sistema

c_s = el costo de servicio por pedido para cada canal

k = la cantidad de canales

TC = costo total del periodo

$$TC = c_w L + c_s k$$

De estos costos, por lo general el de espera es el más difícil de evaluar; sería el costo mínimo para un cliente que espera servicio. Este costo no es un costo directo para la empresa, sin embargo, los clientes que abandonen la fila o no regresen nuevamente en otra ocasión sí representan pérdida para la empresa y, en efecto, incurrirá en un costo para la empresa.

Calcular el costo del servicio es más fácil. Éste es un costo relevante asociado con la operación de cada canal de servicio; incluirá los salarios y prestaciones del empleado y cualquier otro costo directo asociado con la operación del canal de servicio

Suponemos que Burger Dome estima que el costo directo asociado con la operación del canal es \$7 por hora y está dispuesta a asignar un costo de \$10 por hora para el tiempo de espera del cliente.

Ejemplo: Burger Dome.

Características operativas para un solo canal ($\lambda=0.75$ clientes por minuto y $\mu=1$ cliente por minuto)

$$P_0 = 0.25 \quad L_q = 2.25 \text{ clientes} \quad L = 3 \text{ clientes} \quad W_q = 3 \text{ minutos} \quad W = 4 \text{ minutos}$$

$$P_w = 0.75 \quad P_{(x \geq 7)} = 0.1335$$

Características operativas para un solo canal ($\lambda=0.75$ clientes por minuto y $\mu=1.25$ cliente por minuto)

$$P_0 = 0.400 \quad L_q = 0.900 \text{ clientes} \quad L = 1.500 \text{ clientes} \quad W_q = 1.200 \text{ minutos} \quad W =$$

$$2.00 \text{ minutos} \quad P_w = 0.600 \quad P_{(x \geq 7)} = 0.028$$

Características operativas para canales múltiples ($\lambda=0.75$ clientes por minuto, $\mu=1$ cliente por minuto y $k=2$)

$$P_0 = 0.4545 \quad L_q = 0.1227 \text{ clientes} \quad L = 0.8727 \text{ clientes} \quad W_q = 0.1636 \text{ minutos} \quad W =$$

$$1.1636 \text{ minutos} \quad P_w = 0.2045 \quad P_{(3)} = 0.0479$$

Sistema de un solo canal: $TC = c_w L + c_s k \quad L = 3 \text{ clientes}$

$$= 10(3) + 7(1) = \$37.00 \text{ por hora}$$

Sistema de dos canales: $TC = c_w L + c_s k \quad L = 0.8727$

$$= 10(0.8727) + 7(2) = \$22.73 \text{ por hora}$$

EJERCICIO 3: Las ventas al menudeo en SUPER MARKET son manejadas por un dependiente. Las llegadas de los clientes son aleatorias, y la tasa media de llegada es de 21 clientes por hora o $\lambda=21/60=0.35$ clientes por minuto. Un estudio del procesos de servicio muestra que el tiempo de servicio medio o promedio es de dos minutos por cliente, con una desviación estándar de $\sigma=1.2$ minutos. El tiempo medio de dos minutos por cliente muestra que el dependiente tiene una tasa media de servicio de $\mu=1/2=0.50$ clientes por minuto.

¿Cuáles son las características operativas de este sistema de línea de espera?

$P_0 = 0.30$ $L_q = 1.1107$ clientes $L = 1.8107$ clientes $W_q = 3.1733$ minutos $W = 5.1733$ minutos $P_w = 0.70$

EJERCICIO 4: TRANSEJES emplea un grupo de seis máquinas idénticas; cada una opera un promedio de 20 horas entre varadas; por tanto, la tasa media de llegada o solicitud de servicio de reparación para cada máquina es $\lambda=1/20=0.05$ por hora. Con varadas que ocurren al azar se usa la distribución de probabilidad de Poisson para describir el proceso de llegada de las varadas de las máquinas. Una persona del departamento de mantenimiento proporciona el servicio de reparación de un solo canal para las seis máquinas. Los tiempos de servicio distribuidos de manera exponencial tienen una media de dos horas por máquina o una tasa media de servicio de $\mu=1/2=0.50$ máquinas por hora.

$P_0 = 0.4845$ $L_q = 0.3297$ máquinas $L = 0.8451$ máquinas $W_q = 1.279$ horas
 $W = 3.279$ horas $P_w = 0.5155$

RESUMEN

Las características operativas o medidas de desempeño del sistema son:

1. Probabilidad de que no hayan unidades en el sistema
2. Cantidad promedio de unidades en la línea de espera
3. Cantidad promedio de unidades en el sistema
4. Tiempo promedio que pasa una unidad en la línea de espera
5. Tiempo promedio que pasa una unidad en el sistema
6. Probabilidad de que las unidades que llegan tengan que esperar para ser atendidas

El análisis económico de la línea de espera se hace con un modelo de costo total que incluya el costo asociado con unidades que esperan y el costo requerido para operar la instalación del servicio.

Además de las aplicaciones en las situaciones en las que los clientes requieren servicios como en la caja de una tienda, banco o restaurante; los modelos de línea de espera pueden aplicarse a muchas situaciones

diferentes como llamadas telefónicas en espera de conexiones, pedidos por correo esperando procesamiento, máquinas que esperan reparaciones, trabajos de manufactura esperando ser procesados y dinero esperando ser gastado o invertido.

SOLUCIÓN DE PROBLEMAS UTILIZANDO SOFTWARE ESPECIALIZADO

GLOSARIO

Cola: Línea de espera.

Teoría de las colas: Cuerpo de conocimiento que trata de las líneas de espera.

Características operativas: Medidas de desempeño para una línea de espera que incluyen la probabilidad de que no haya unidades en el sistema, la cantidad promedio de unidades en la línea de espera, el tiempo de espera promedio, etc.

Línea de espera con un solo canal: Línea de espera con una sola instalación de servicio.

Distribución de probabilidad de Poisson: Distribución de probabilidad usada para describir el patrón de llegadas para algunos modelos de línea de espera.

Distribución de probabilidad exponencial: Distribución de probabilidad usada para describir el tiempo el tiempo de servicio para algunos modelos de línea de espera.

El primero que llega es el primero al que se atiende (FCFS; first-come, first served): Disciplina de cola que sirve a las unidades que esperan con base en que el primero que llega es el primero al que se atiende.

Periodo transitorio: Periodo de inicio para una línea de espera, que ocurre antes de que la línea de espera alcance una operación normal o de estado estable.

Operación de estado estable: Operación normal de la línea de espera después de que ha pasado por un periodo de inicio o transitorio. Las características operativas de las líneas de espera se calculan para condiciones de estado estable.

Tasa media de llegada: Cantidad promedio de clientes o unidades que llegan en un periodo dado.

Tasa media de servicio: Cantidad promedio de clientes o unidades que puede atender una instalación de servicio en un periodo dado.

Línea de espera de canales múltiples: Línea de espera con dos o más instalaciones de servicio paralelo.

Bloqueado: Cuando las unidades que llegan no pueden entrar a la línea de espera debido a que el sistema está lleno. Las unidades bloqueadas pueden ocurrir cuando no se permiten las líneas de espera o cuando las líneas de espera tienen una capacidad finita.

Población infinita: Población de clientes o unidades que pueden buscar servicio, no tiene un límite superior especificado.

Población finita: Población de clientes o unidades que pueden buscar servicio, tiene un valor fijo y finito.

BIBLIOGRAFIA

MÉTODOS CUANTITATIVOS para los negocios; David R. Anderson, Dennis J. Sweeney, Thomas A. Williams; Novena edición; CENGAGE Learning. México

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES EN LA CIENCIA ADMINISTRATIVA; G. D. Eppen, F. J. Gould, C.P. Schmidt, Jeffrey H. Moore, Larry R. Weatherford; Edición en español; PRENTICE-HALL HISPANOAMERICANA S.A. México. 1re, 3re y 5ta Ediciones.

ADMINISTRACIÓN DE OPERACIONES Toma de decisiones en la función de operaciones; Roger G. Schroeder; Tercera edición; McGRAW-HILL. México. 3ra Edición.

DESARROLLE E IMPLEMENTE UN SISTEMA OPERACIONAL, más allá del análisis técnico. Tushur S. Chande, PhD; Prentice Hall.

MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA LA TOMA DE DECISIONES EN ADMINISTRACIÓN. Charles A. Gallagher, Hugh J. Watson; McGraw Hill.

LA ESENCIA DE LA ADMINISTRACIÓN DE OPERACIONES. Terry Hill; Prentice Hall Hispanoamericana S.A.

EJERCICIOS DE INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES. Félix Alonso Gornollon. ESIC Escuela Superior de Gestión Comercial y Marketing.

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES. Frederick S. Hillier, Gerald J. Lieberman. McGraw Hill. 5ta, 6ta y 7ma Edición.

ADMINISTRACIÓN DE OPERACIONES, Estrategia y Análisis. Lee J. Krajewski, Larry P. Ritzman. Prentice Hall. 5ta Edición.

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES, El arte de la toma de decisiones. Kamlesh Mathur, Daniel Solow. Prentice Hall Hispanoamericana S.A.

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES, Interpretación de modelos y casos. Mohammad Naghi Namakforoosh. LIMUSA Noriega Editores.

ADMINISTRACIÓN DE OPERACIONES Y PRODUCCIÓN, Calidad Total y respuesta sensible rápida. Hamid Noori, Russell Radford. McGraw Hill.

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES. Herbert Moskowitz, Gordon P. Wright. Prentice Hall Hispanoamericana S.A.

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES, Métodos y problemas. Maurice Sasiens, Arthur Yaspan, Lawrence Friedman. LIMUSA.

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES, Un enfoque fundamental. James E. Shamblyn, G. T. Stevenson. McGraw Hill.

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES. Hamdy A. Taha. Alfaomega. 5ta Edición.

ANÁLISIS CUANTITATIVO PARA LA TOMA DE DECISIONES. Bierman, Bonini, Hausman. IRWIN McGraw Hill. 8va y 9na Edición.