

UNIVERSIDAD COOPERATIVA DE COLOMBIA
Bucaramanga
Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas
ADMINISTRACIÓN DE EMPRESAS
INVESTIGACIÓN OPERACIONAL II (120301451)

Docente: **HÉCTOR FLORENTINO HERNÁNDEZ CÁRDENAS**

Libro Guía: ANDERSON, David R. SWEENEY, Dennis J. WILLIAMS, Thomas A. **MÉTODOS CUANTITATIVOS para los negocios**; Novena edición; CENGAGE Learning. México 2.009.

UNIDAD FORMATIVA #1

1. PLANEACIÓN Y CONTROL DE PROYECTOS

Los administradores son responsables de planear, programar y controlar proyectos con numerosas labores o tareas separadas ejecutadas por varios departamentos y/o individuos. Estos proyectos son tan grandes o complejos como para recordar toda la información relacionada con el plan, el programa y el progreso del proyecto. En estas situaciones, la técnica de evaluación y revisión de programas (*program evaluation and review technique*; **PERT**) y el método de ruta crítica (*critical path method*; **CPM**) han demostrado ser extraordinariamente valiosos.

1. Investigación y desarrollo de nuevos productos.
2. Construcción de plantas, edificios y autopistas.
3. Mantenimiento de equipos grandes y complejos.
4. Diseño e instalación de sistemas nuevos.

En estos proyectos, los responsables o encargados deben programar y coordinar los diversos trabajos o actividades de modo que todo el proyecto se complete a tiempo; un factor que complica esta tarea es la interdependencia de actividades.

1. ¿Cuál es el tiempo que requerirá el proyecto?
2. ¿Cuáles son las fechas programadas de inicio y finalización de cada actividad específica?
3. ¿Cuáles actividades son “críticas” y deben completarse exactamente como se programó para mantener el proyecto conforme al programa?
4. ¿Cuánto pueden demorarse las actividades “no críticas” antes de que causen un aumento en la duración del proyecto total?

Aunque el PERT y el CPM tienen el mismo propósito general y comparten gran parte de su terminología, las técnicas se elaboraron de manera independiente. El PERT fue elaborado a fines de la década de 1.950 de manera específica para el proyecto del misil Polaris. Muchas actividades asociadas con este proyecto no se habían intentado nunca antes, así que el PERT se elaboró para manejar los tiempos de actividades inciertas. El CPM se elaboró sobre todo para proyectos industriales para los que se conocían con certeza los tiempos de las actividades; el CPM ofreció la opción de reducir los tiempos de algunas actividades agregando más trabajadores o recursos, o ambos, generalmente con un aumento de costos. Por tanto, una característica distintiva del CPM era que identificaba intercambios entre tiempo y costo para varias actividades del proyecto.

Las versiones computarizadas actuales del PERT y el CPM combinan las mejores características de ambos enfoques. Por tanto, las distinciones entre las dos técnicas ya no es necesaria.

1.1 PROGRAMACIÓN DE PROYECTOS CON TIEMPOS DE ACTIVIDAD CONOCIDOS.

El propietario de Western Hills Shopping Center planea modernizar y expandir el complejo actual de 32 locales de negocios del centro comercial; se espera que el proyecto proporcione espacio para 8 o 10 locales nuevos y el financiamiento se arregló por medio de un inversionista privado. Todo lo que resta es que el propietario del centro comercial planee, programe y complete el proyecto de expansión.

El primer paso en el proceso de programación PERT/CPM es elaborar una lista de las actividades que conforman el proyecto. La tabla muestra las actividades del proyecto identificando las tareas de la A a la I, también muestra las predecesoras inmediatas y el tiempo de actividad (en semanas) para cada una.

Para una actividad dada, la columna **predecesora inmediata** identifica las tareas que deben completarse **inmediatamente antes de su inicio**. La última muestra la cantidad de semanas requeridas para terminar cada actividad.

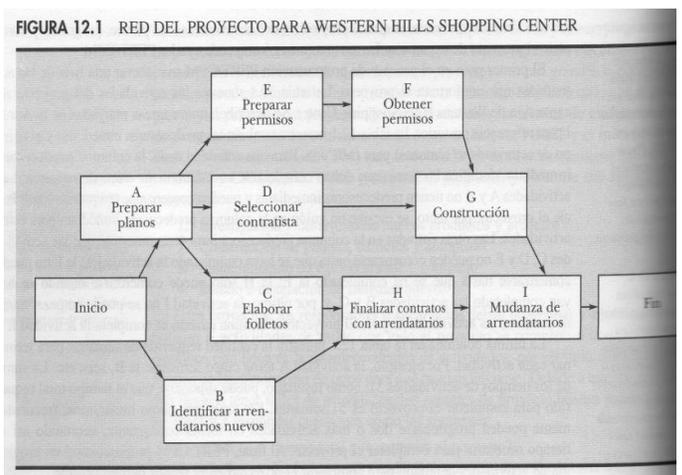
| Actividad | Descripción de la actividad | Predecesora inmediata | Tiempo de actividad |
|-----------|---|-----------------------|---------------------|
| A | Preparación ´planos arquitectónicos | --- | 5 |
| B | Identificar nuevos arrendatarios potenciales | --- | 6 |
| C | Elaborar folletos informativos para los arrendatarios | A | 4 |
| D | Seleccionar contratistas | A | 3 |
| E | Preparar permisos de construcción | A | 1 |
| F | Obtener aprobación para los permisos de construcción | E | 4 |
| G | Realizar la construcción | D, F | 14 |
| H | Finalizar contratos con arrendatarios | B, C | 12 |
| I | Mudanza de los arrendatarios | G, H | <u>2</u> |
| | | | 51 |

Puede suponerse que el tiempo total requerido para completar el proyecto sea 51 semanas; frecuentemente pueden programarse dos o más actividades de forma concurrente, acortando así el tiempo necesario para completar el proyecto. PERT/CPM proporcionará un programa de actividades detallado para completar el proyecto en el menor tiempo posible.

Usando la información de la tabla podemos construir una representación gráfica del proyecto, o la red del proyecto. Las actividades correspondientes a los nodos de la red (dibujados como rectángulos) y los arcos (las líneas con flechas) muestran las relaciones de precedencia entre las actividades.

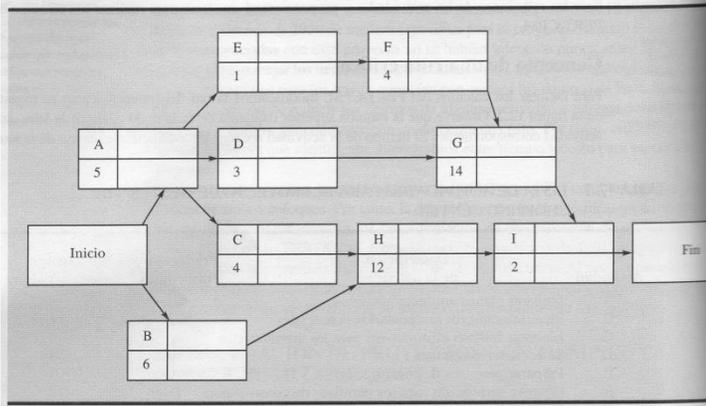
Además se han agregado nodos a la red para indicar el inicio y el final del proyecto. La red

del proyecto ayudara al administrador a visualizar las relaciones de las actividades y proporcionará una base para realizar los cálculos del PERT/CPM.



1.1.1 Concepto de ruta crítica

FIGURA 12.2 RED DEL PROYECTO DE WESTERN HILLS SHOPPING CENTER CON TIEMPOS DE ACTIVIDAD



Una ruta es una secuencia de nodos conectados que conduce desde el nodo Inicio hasta el nodo Fin. Para completar el proyecto deben recorrerse todas las rutas de la red, buscaremos la que requiera más tiempo. Dado que todas las demás son de menor duración, está ruta más larga determina el tiempo que se necesita para completar el proyecto. Todo el proyecto se demorará si se demoran las actividades en la *ruta más larga*, siendo esta la **ruta crítica**. Las actividades en esta ruta se conocen como las actividades críticas del proyecto.

1.1.2 Determinación de la ruta crítica:

Encontrar el tiempo de inicio más temprano y el tiempo de inicio más tardío para todas las actividades en la red.

ES = Tiempo de inicio más temprano para cada actividad (Early start)

EF = Tiempo de finalización más temprano para cada actividad (Early finally)

T = Tiempo de la actividad.

El tiempo de finalización más temprano para cualquier actividad es: **EF = ES + t**

El tiempo de inicio más temprano para una actividad es igual al más largo de los tiempos de finalización más tempranos para todas sus predecesoras inmediatas.

FIGURA 12.3 UNA PORCIÓN DE LA RED DEL PROYECTO DE WESTERN HILLS SHOPPING CENTER, QUE MUESTRA LAS ACTIVIDADES A, B, C Y H

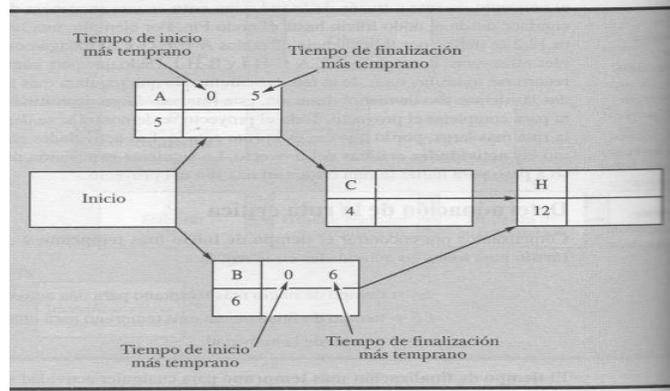
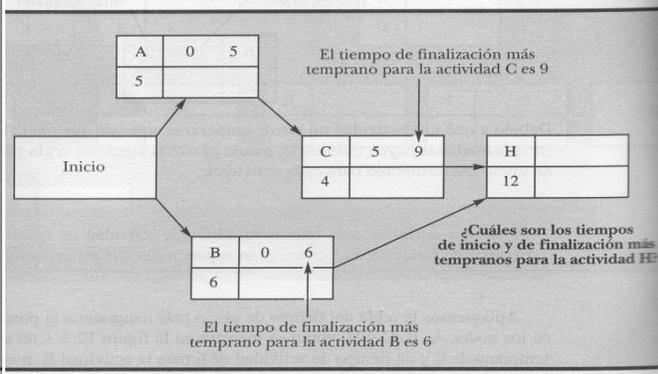
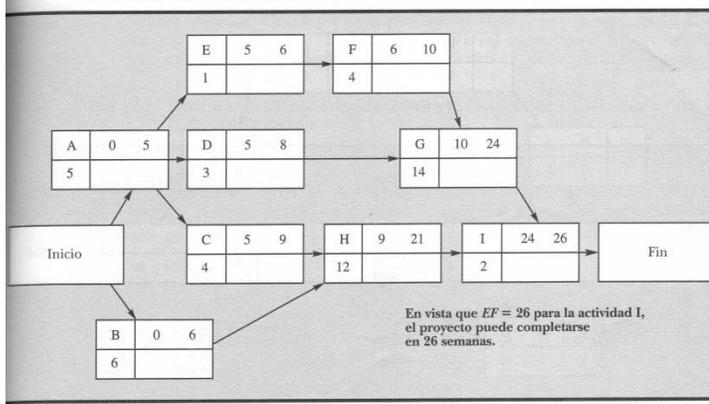


FIGURA 12.4 DETERMINACIÓN DEL TIEMPO DE INICIO MÁS TEMPRANO PARA LA ACTIVIDAD H



Al seguir con esta **pasada hacia delante** a través de la red, podemos establecer los tiempos de inicio más tempranos y los tiempos de finalización más tempranos para todas las actividades de la red.

FIGURA 12.5 RED DEL PROYECTO DE WESTERN HILLS SHOPPING CENTER EN EL QUE SE MUESTRAN LOS TIEMPOS DE INICIO Y FINALIZACIÓN MÁS TEMPRANOS PARA TODAS LAS ACTIVIDADES



Observe que el tiempo de finalización más temprano para la actividad I (última actividad) es 26 semanas, entonces sabemos que el tiempo total para completar el proyecto es 26 semanas.

Continuamos el algoritmo para encontrar la ruta crítica haciendo una **pasada hacia atrás** a través de la red. Como el proyecto puede completarse en 26 semanas, comenzaremos la pasada hacia atrás con un tiempo de finalización más tardío de 26 para la actividad I. Una vez que se conoce el tiempo de finalización más tardío para una actividad, el tiempo de inicio más tardío para una actividad puede calcularse así:

LS = tiempo de inicio más tardío para una actividad (Last start)

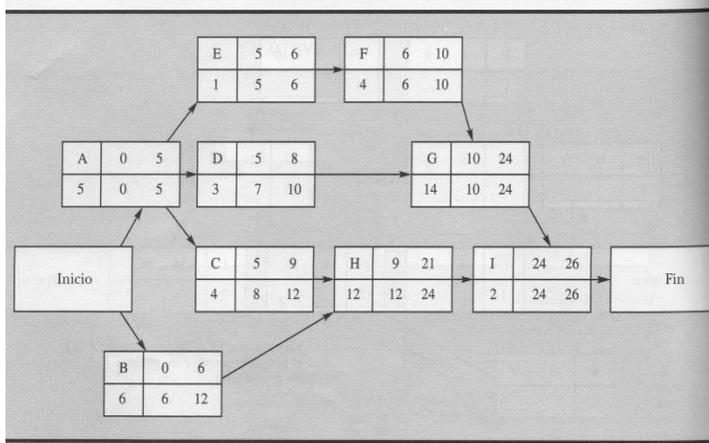
LF = tiempo de finalización más tardío para una actividad (Last finally)

Entonces: **$LS = LF - t$**

El tiempo de finalización más tardío para una actividad es el menor de los tiempos de inicio más

tardíos para todas las actividades que le siguen inmediatamente.

FIGURA 12.6 RED DEL PROYECTO DE WESTERN HILLS SHOPPING CENTER EN LA QUE SE MUESTRAN LOS TIEMPOS DE INICIO Y FINALIZACIÓN MÁS TARDÍOS EN CADA UNO DE LOS NODOS



Después de completar las pasadas hacia adelante y hacia atrás, podemos determinar la holgura asociada con cada actividad. La holgura es el tiempo que puede demorarse una actividad sin aumentar la duración total del proyecto y se calcula así:

Holgura = $LS - ES = LF - EF$

Las actividades críticas son las actividades con holgura cero. La tabulación de la información proporciona el programa de actividades, la columna de holgura muestra las actividades que tiene holgura cero y que constituyen la ruta crítica del proyecto; también indica la holgura o demora que puede tolerarse para las actividades no críticas antes que éstas aumenten el tiempo total del proyecto.

TABLA PROGRAMA DE ACTIVIDADES PROYECTO WESTERN HILLS SHOPPING CENTER

| Actividad | Inicio más Temprano (ES) | Inicio más tardío (LS) | Finalización más temprana (EF) | Finalización más tardía (LF) | Holgura (LS - ES) | ¿Ruta crítica? |
|-----------|--------------------------|------------------------|--------------------------------|------------------------------|-------------------|----------------|
| A | 0 | 0 | 5 | 5 | 0 | Sí |
| B | 0 | 6 | 6 | 12 | 6 | |
| C | 5 | 8 | 9 | 12 | 3 | |
| D | 5 | 7 | 8 | 10 | 2 | |
| E | 5 | 5 | 6 | 6 | 0 | Sí |
| F | 6 | 6 | 10 | 10 | 0 | Sí |
| G | 10 | 10 | 24 | 24 | 0 | Sí |
| H | 9 | 12 | 21 | 24 | 3 | |
| I | 24 | 24 | 26 | 26 | 0 | Sí |

1.1.3 Resumen del procedimiento de ruta crítica PERT/CPM

1. Elaborar una lista de las actividades que forman el proyecto.
2. Determinar las predecesoras inmediatas para cada actividad en el proyecto.
3. Estimar el tiempo para completar cada actividad.
4. Dibujar una red del proyecto discriminando las actividades y las predecesoras inmediatas enlistadas en los pasos 1 y 2.
5. Usar la red del proyecto y las estimaciones de tiempos de las actividades para determinar el tiempo de inicio y finalización más temprano para cada actividad realizando una pasada hacia adelante a través de la red. El tiempo de finalización más temprano para la última actividad en el proyecto identifica el tiempo total requerido para completar el proyecto.
6. Usar el tiempo necesario para completar el proyecto, paso 5, como el tiempo de finalización más tardío para la última actividad y hacer una pasada hacia atrás de la red para identificar el tiempo de inicio más tardío y el tiempo de finalización más tardío para cada actividad.
7. Usar la diferencia entre el tiempo de inicio más tardío y más temprano para cada actividad para determinar la holgura de cada actividad.
8. Encontrar las actividades con holgura cero; éstas son las actividades críticas.
9. Usar ésta información para elaborar el programa de actividades del proyecto.

1.2 PROGRAMACIÓN DE PROYECTOS CON TIEMPOS DE ACTIVIDAD INCIERTOS

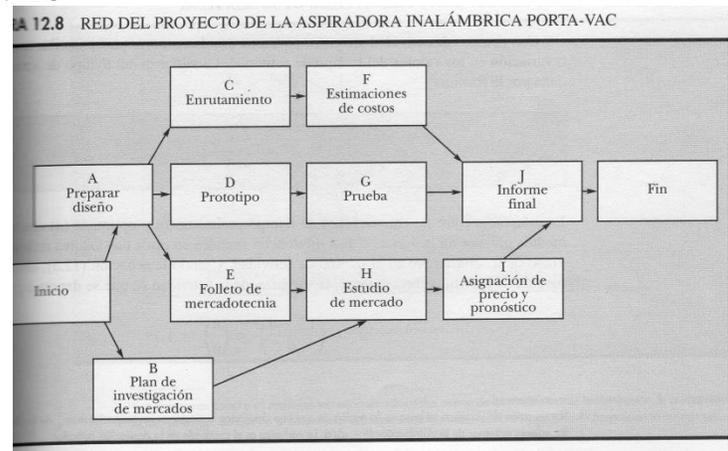
Especialmente para investigación y desarrollo de productos nuevos, muchas actividades nunca se han intentado y se tiene incertidumbre en los tiempos de actividad.

Proyecto Porta-Vac de Daugherty

H. S. Daugherty Company ha fabricado aspiradoras industriales por muchos años. Un miembro del equipo de investigación de nuevos productos envió un reporte sugiriendo a la compañía fabricar una aspiradora inalámbrica. El nuevo producto, nombrado Porta-Vac, podría contribuir a la expansión en el mercado domestico. La administración espera que pueda fabricarse en un costo razonable y por ser portátiles y sin cables, serán extraordinariamente atractivas.

LISTA DE ACTIVIDADES PROYECTO DE PORTA-VAC

| Actividad | Descripción | Pre. Inmediata |
|-----------|--|----------------|
| A | Elaborar diseño de producto | --- |
| B | Planear investigación de mercado | --- |
| C | Preparar enrutamiento (ing. manufactu) | A |
| D | Construir modelo prototipo | A |
| E | Preparar folleto de mercadotecnia | A |
| F | Preparar estimaciones costos (ing. Ind.) | C |
| G | Hacer pruebas preliminares producto | D |
| H | Completar encuesta del mercado | B, E |
| I | Preparar precios, reporte de pronóstico | H |
| J | Preparar reporte final | F, G, I |



1.2.1 Tiempos de actividad inciertos

En muchos casos los tiempos de actividad son inciertos y se describen mejor por un rango de valores posibles en lugar de una estimación de tiempo específica. En estos casos, los tiempos de actividad inciertos se tratan

como variables aleatorias con distribuciones de probabilidad asociadas. Como resultado, se proporcionará declaraciones de probabilidad acerca de la capacidad para cumplir con una fecha específica para completar el proyecto.

Para incorporar tiempos de actividad inciertos en el análisis, necesitamos obtener tres estimaciones de tiempo para cada actividad.

Tiempo optimista a = el tiempo de actividad mínimo si todo progresa de manera ideal.

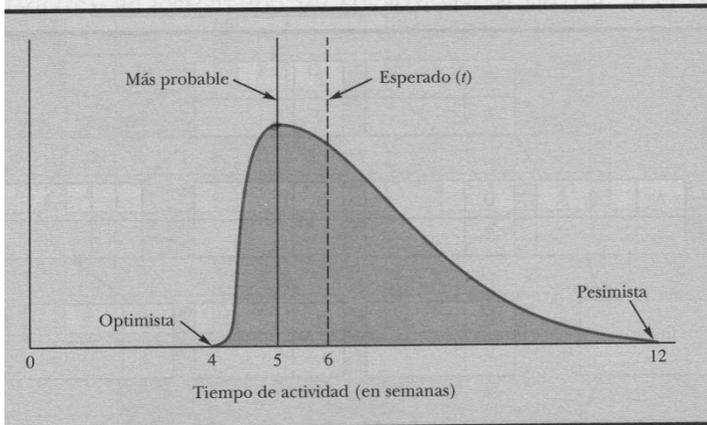
Tiempo más probable m = el tiempo de actividad más probable bajo condiciones normales.

Tiempo pesimista b = el tiempo de actividad máximo si se encuentran demoras significativas.

TIEMPOS ACTIVIDAD: ESTIMADOS, OPTIMISTA, MÁS PROBABLE Y PESIMISTA PARA PORTA-VAC

| Actividad | Optimista (a) | Más probable (m) | Pesimista (b) |
|-----------|---------------|------------------|---------------|
| A | 4 | 5 | 12 |
| B | 1 | 1.5 | 5 |
| C | 2 | 3 | 4 |
| D | 3 | 4 | 11 |
| E | 2 | 3 | 4 |
| F | 1.5 | 2 | 2.5 |
| G | 1.5 | 3 | 4.5 |
| H | 2.5 | 3.5 | 7.5 |
| I | 1.5 | 2 | 2.5 |
| J | 1 | 2 | 3 |

12.9 DISTRIBUCIÓN DEL TIEMPO DE ACTIVIDAD PARA EL DISEÑO DEL PRODUCTO (ACTIVIDAD A) PARA EL PROYECTO PORTA-VAC



$$\text{Tiempo esperado } t = \frac{a + 4m + b}{6}$$

Para la actividad A $t_A = \frac{4 + 4(5) + 12}{6}$ $t_A = \frac{36}{6} = 6$ semanas

Con tiempos de actividad inciertos, podemos usar la *varianza* para determinar la dispersión o variación en los valores del tiempo de actividad. La varianza del tiempo de actividad está dada por $\sigma_{A^2} = \left(\frac{b-a}{6}\right)^2$ La varianza para la actividad A es: $\sigma_{A^2} = \left(\frac{12 - 4}{6}\right)^2 = \left(\frac{8}{6}\right)^2 = 1.78$

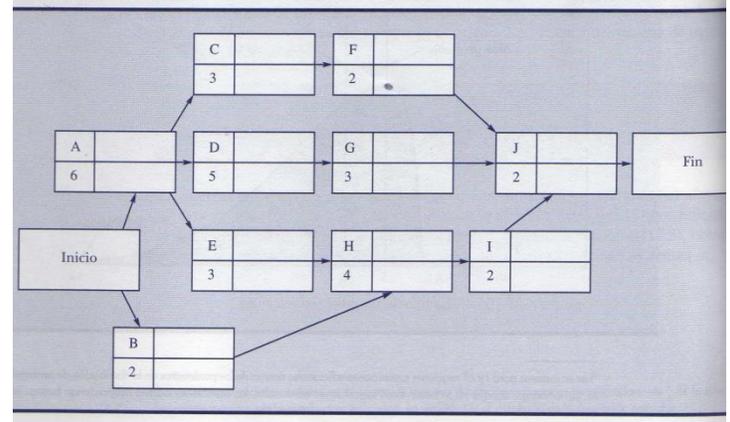
Estas ecuaciones se basan en la suposición: La distribución del tiempo de actividad puede describirse por una distribución de probabilidad beta². Con este supuesto, la distribución de probabilidad del tiempo necesario para completar cada una de las actividades es:

1.3 TIEMPOS ESPARADOS Y VARIANZAS PARA LAS ACTIVIDADES DEL PROYECTO PORTA-VAC

Tiempo esperado

| Actividad | (semanas) | Varianza |
|-----------|-----------|----------|
| A | 6 | 1.78 |
| B | 2 | 0.44 |
| C | 3 | 0.11 |
| D | 5 | 1.78 |
| E | 3 | 0.11 |
| F | 2 | 0.03 |
| G | 3 | 0.25 |
| H | 4 | 0.69 |
| I | 2 | 0.03 |
| J | 2 | 0.11 |
| Total | 32 | |

FIGURA 12.10 RED DEL PROYECTO PORTA-VAC CON TIEMPOS DE ACTIVIDAD ESPERADOS



1.3.1 Ruta crítica

Cuando tenemos la red del proyecto y los tiempos de actividad esperados, podemos proceder con los cálculos de la ruta crítica necesarios para determinar el tiempo esperado del proyecto y determinar el programa de actividades. Tomamos los tiempos de actividad esperados como la duración fija o duración conocida de cada actividad, usando el mismo procedimiento. Después de determinar las actividades críticas y el tiempo esperado para completar el proyecto, analizaremos el efecto de la variabilidad del tiempo de actividad.

Con la pasada hacia adelante a través de la red podemos establecer los tiempos de inicio más temprano (ES) y de finalización más temprano (EF) para cada actividad. Con el tiempo de finalización más temprano de la última actividad (17 semanas) o tiempo esperado para completar el proyecto, hacemos una pasada hacia atrás de la red, hallando los tiempos de inicio más tardío (LS) y de finalización más tardía (LF).

FIGURA 12.11 RED DEL PROYECTO PORTA-VAC CON TIEMPOS DE INICIO Y DE FINALIZACIÓN MÁS TEMPRANOS

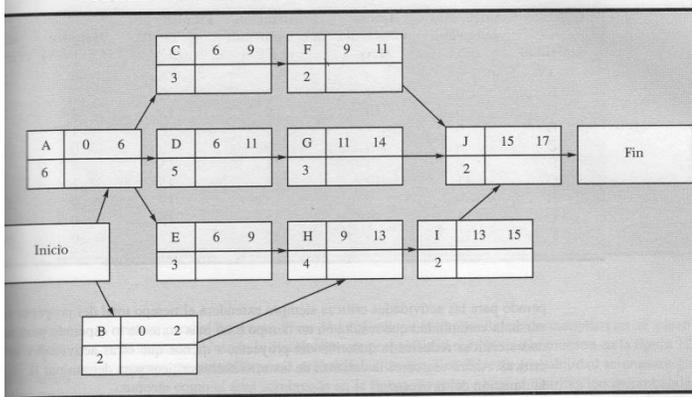
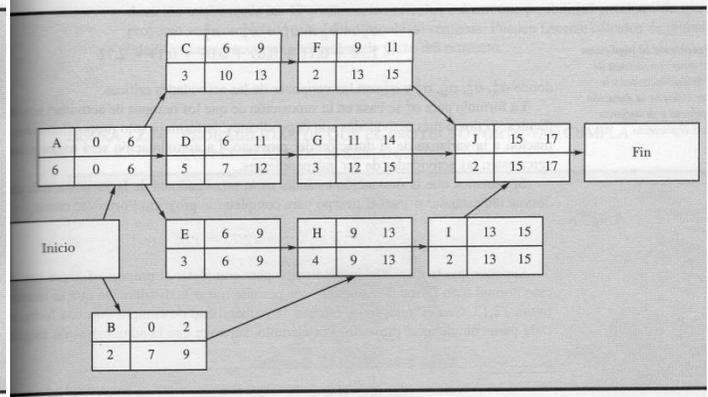


FIGURA 12.12 RED DEL PROYECTO PORTA-VAC CON TIEMPOS DE INICIO Y DE FINALIZACIÓN MÁS TARDÍOS



PROGRAMA DE ACTIVIDADES PARA EL PROYECTO PORTA-VAC

| Actividad | Inicio más Temprano (ES) | Inicio más tardío (LS) | Finalización más temprana (EF) | Finalización más tardía (LF) | Holgura (LS - ES) | ¿Ruta crítica? |
|-----------|--------------------------|------------------------|--------------------------------|------------------------------|-------------------|----------------|
| A | 0 | 0 | 6 | 6 | 0 | Sí |
| B | 0 | 7 | 2 | 9 | 7 | |
| C | 6 | 10 | 9 | 13 | 4 | |
| D | 6 | 7 | 11 | 12 | 1 | |
| E | 6 | 6 | 9 | 9 | 0 | Sí |
| F | 9 | 13 | 11 | 15 | 4 | |
| G | 11 | 12 | 14 | 15 | 1 | |
| H | 9 | 9 | 13 | 13 | 0 | Sí |
| I | 13 | 13 | 15 | 15 | 0 | Sí |
| J | 15 | 15 | 17 | 17 | 0 | Sí |

1.3.2 Variabilidad en el tiempo para completar el proyecto

Sabiendo la ruta crítica y el tiempo total esperado para el proyecto de 17 semanas; sin embargo, la variación en las actividades críticas puede causar variación en el tiempo necesario para completar el proyecto. Generalmente, las variaciones en actividades no críticas no tienen efecto en la duración del proyecto debido al tiempo de holgura asociado con estas actividades. Sin embargo, si una actividad no crítica se demora lo suficiente para agotar su holgura, se vuelve parte de la nueva ruta crítica y puede afectar la duración total del proyecto. La variabilidad que conduce a un tiempo total más largo de lo esperado para las actividades críticas siempre extenderá el tiempo total del proyecto y, a la inversa, la variabilidad que resulta en un tiempo total más corto de lo esperado para las actividades críticas reducirá la duración del proyecto. Ahora usaremos la varianza de las actividades críticas para determinar la varianza de la duración del proyecto.

Sea T el tiempo total requerido para completar el proyecto. El valor esperado de T es la suma de todos los tiempos esperados para las actividades críticas: $E(T) = I_A + I_E + I_H + I_I + I_J$

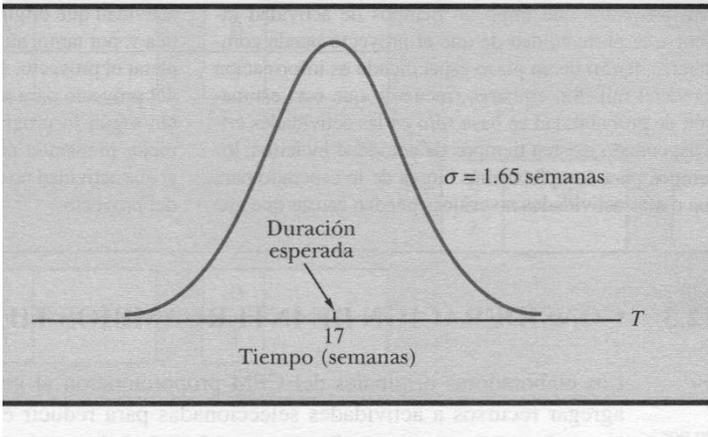
$$= 6 + 3 + 4 + 2 + 2 = 17 \text{ semanas}$$

La varianza en el tiempo para completar el proyecto es la suma de las varianzas de las actividades de la ruta crítica.

$$\begin{aligned} \sigma_A^2 &= \sigma_A^2 + \sigma_E^2 + \sigma_H^2 + \sigma_I^2 + \sigma_J^2 \\ &= 1.78 + 0.11 + 0.69 + 0.03 + 0.11 = 2.72 \end{aligned}$$

Supuesto: Los tiempos de las actividades son independientes. Si dos o más actividades son dependientes, la fórmula sólo proporciona una aproximación a la varianza de la duración del proyecto.

DISTRIBUCIÓN NORMAL DEL TIEMPO PARA COMPLETAR EL PROYECTO PARA EL PROYECTO PORTA-VAC



Sabiendo que la desviación estándar es la raíz cuadrada de la varianza, calculamos la desviación estándar $\hat{\sigma}$ para el tiempo del proyecto PORTA-VAC:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\hat{\sigma}^2} = \sqrt{2.72} = 1.65$$

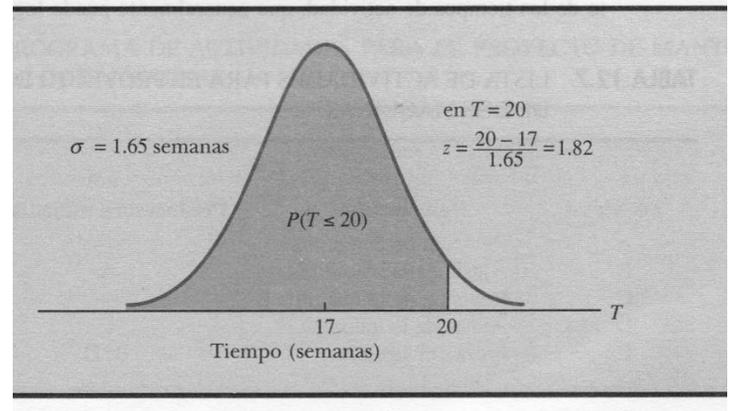
Suponer que la distribución del tiempo para completar el proyecto T sigue una distribución normal o en forma de campana, Con ello podemos calcular la probabilidad de cumplir con una fecha especificada para completar el proyecto.

Ejemplo: La administración asignó 20 semanas para la realización del proyecto. ¿Cuál es la probabilidad de cumplir con el plazo de 20 semanas?

$$z = (20 - 17) / 1.65 = 1.82$$

Consultando la tabla de distribución normal, encontramos que la probabilidad para que el proyecto se cumpla en 20 semanas es $0.4656 + 0.5000 = 0.9656$. Aunque la variabilidad del tiempo de actividad puede causar que la duración total exceda las 17 semanas, los cálculos indican una probabilidad muy alta que el proyecto será completado antes del plazo de las 20 semanas.

PROBABILIDAD DE QUE EL PROYECTO PORTA-VAC CUMPLA CON EL PLAZO DE 20 SEMANAS



1.4 INTERCAMBIOS DE TIEMPO Y COSTO EN PROYECTOS

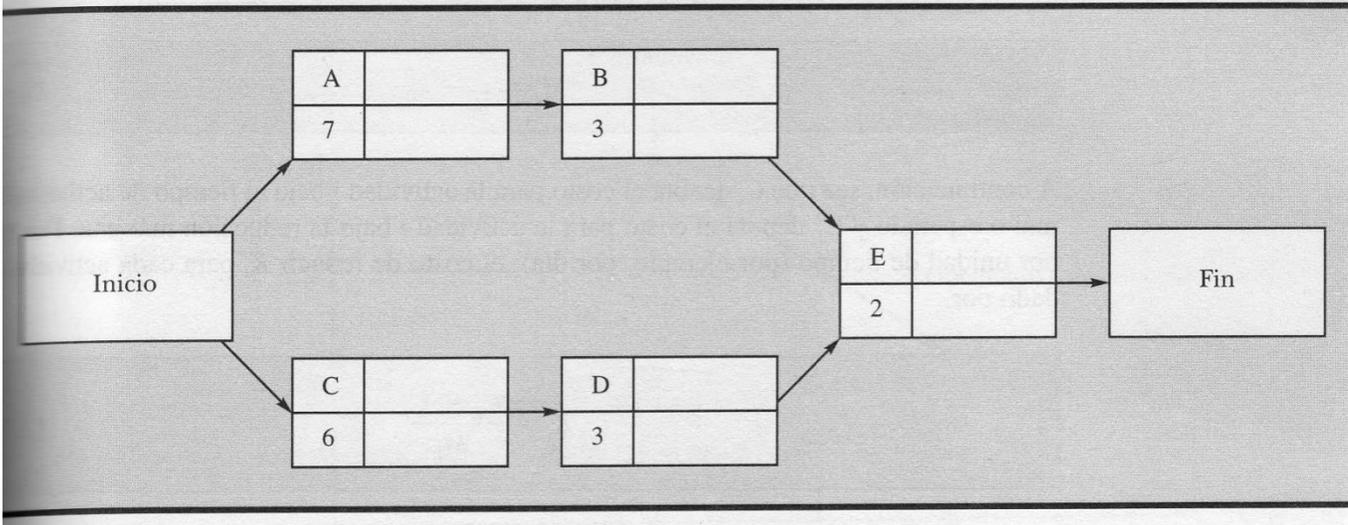
CPM aporta al gerente del proyecto la opción de agregar recursos (más trabajadores, tiempo extra) a actividades seleccionadas para reducir el tiempo para completar el proyecto, generalmente aumentan los costos del proyecto, así que la decisión de reducir los tiempos de actividad debe tomar en consideración el costo adicional implicado.

PROYECTO DE MANTENIMIENTO DE DOS MÁQUINAS: Debido a que el administrador ha tenido experiencia con proyectos similares, los tiempos para las actividades de mantenimiento se consideran conocidos; por consiguiente, se da una sola estimación de tiempo para cada actividad.

LISTA DE ACTIVIDADES PARA EL PROYECTO DE MANTENIMIENTO DE DOS MÁQUINAS

| Actividad | Descripción | Predecesora inmediata | Tiempo esperado (días) |
|-----------|---------------------------|-----------------------|------------------------|
| A | Revisión de la máquina I | -- | 7 |
| B | Ajuste de la máquina I | A | 3 |
| C | Revisión de la máquina II | -- | 6 |
| D | Ajuste de la máquina II | C | 3 |
| E | Probar el sistema | B, D | 2 |

FIGURA 12.15 RED DEL PROYECTO DE MANTENIMIENTO DE DOS MÁQUINAS



PROGRAMA DE ACTIVIDADES PARA EL PROYECTO DE MANTENIMIENTO DE DOS MÁQUINAS

| Actividad | Inicio + Temprano (ES) | Inicio + tardío (LS) | Final + temprana (EF) | Final + tardía (LF) | Holgura (LS - ES) | ¿Ruta crítica? |
|-----------|------------------------------|----------------------------|-----------------------------|---------------------------|----------------------|-------------------|
| A | 0 | 0 | 7 | 7 | 0 | Si |
| B | 7 | 7 | 10 | 10 | 0 | Si |
| C | 0 | 1 | 6 | 7 | 1 | |
| D | 6 | 7 | 9 | 10 | 1 | |
| E | 10 | 10 | 12 | 12 | 0 | Si |

1.4.1 Acortar los tiempos de las actividades

Suponga ahora que los niveles de producción actuales hacen imperativo completar el proyecto de mantenimiento dentro de 10 días. Al observar la duración de la ruta crítica de la red (12 días), nos percatamos que es imposible cumplir el tiempo deseado para completar el proyecto a menos que podamos acortar tiempos de actividad seleccionados. Este acortamiento de los tiempos de actividad, que generalmente pueden lograrse agregando recursos, se conoce como reducir los tiempos. Sin embargo, los recursos agregados asociados con reducir los tiempos de actividad comúnmente da como resultado un incremento en el costo, así que desearíamos identificar las actividades que cuesten menos y luego acortar los tiempos de esas actividades sólo la cantidad necesaria para cumplir con el tiempo deseado para completar el proyecto.

Para determinar con exactitud dónde y cuándo reducir los tiempos de actividad, necesitamos información sobre cuánto puede acortarse el tiempo de cada actividad y cuánto cuesta hacerlo. Por tanto, debemos pedir la siguiente información.

1. Costo de la actividad bajo el tiempo de actividad normal o esperado.
2. Tiempo para completar la actividad bajo un acortamiento máximo (el tiempo de actividad más corto posible).
3. El costo de la actividad bajo una reducción máxima.

Sea

t_i = tiempo esperado para la actividad i

t_i' = tiempo para la actividad i bajo acortamiento máximo

M_i = reducción máximo posible en tiempo para la actividad i debida al acortamiento. $M_i = t_1 - t_1'$

C_i = Costo para la actividad i bajo el tiempo normal o esperado

C_i' = Costo para la actividad i bajo la reducción máxima

K_i = Costo de reducción por unidad de tiempo para la actividad i.

$$K_i = (C_i - C_i') / M_i$$

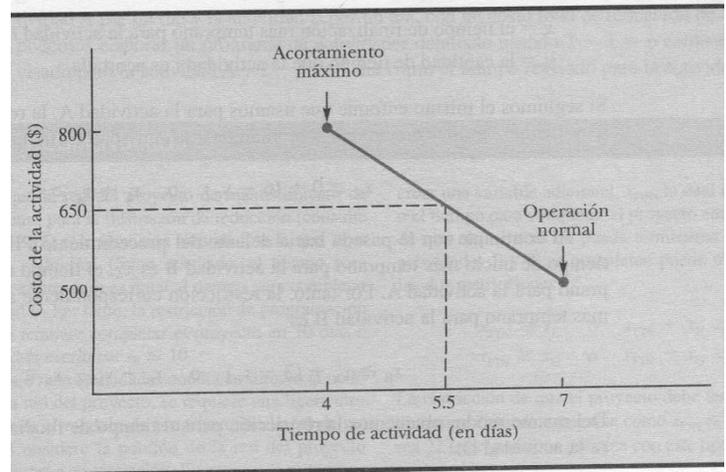
Ejemplo: El tiempo normal o esperado para la actividad A es 7 días con un costo de \$500 y el menor tiempo es de 4 días con un costo de \$800 entonces:

$$M_A = 7 - 4 = 3 \text{ días y}$$

$$K_A = (800 - 500) / 3 = 300 / 3 = \$100 \text{ por día}$$

Suponemos que cualquier porción o fracción del tiempo reducido de una actividad puede lograrse por una proporción correspondiente del costo de la reducción máxima de la actividad. Si decidimos acortar el tiempo de la actividad A por solo 1½ días, el costo agregado sería 1½ (\$100) = \$150, dando como resultado un costo total de la actividad de \$500 + \$150 = \$650.

12.16 RELACIÓN TIEMPO-COSTO PARA LA ACTIVIDAD A



DATOS DE ACTIVIDAD NORMAL Y REDUCIDA PARA EL PROYECTO DE MANTENIMIENTO DE DOS MÁQUINAS

| Actividad | Tiempo (días) | | Costo Total | | Reducción max tiempo (Mi) | Costo de reducir x día (Ki = (Ci - Ci') / Mi) |
|-----------|---------------|---------|--------------|---------------|---------------------------|---|
| | Normal (Mi) | Reducir | Normal © | Reducir (Ci') | | |
| A | 7 | 4 | 500 | 800 | 3 | 100 |
| B | 3 | 2 | 200 | 350 | 1 | 150 |
| C | 6 | 4 | 500 | 900 | 2 | 200 |
| D | 3 | 1 | 200 | 500 | 2 | 150 |
| E | 2 | 1 | <u>300</u> | <u>550</u> | 1 | 250 |
| | | | 1.700 | 3.100 | | |

¿Qué actividades deberían reducirse, y cuanto, para cumplir con el plazo de 10 días con un costo mínimo? Su primera reacción ante esta pregunta puede ser considerar reducir las actividades críticas: A, B o E. La actividad A tiene el menor costo de reducción por día de las tres, y acortando esta actividad por dos días reduciría la ruta A-B-E a los 10 días deseados. Tenga en cuenta, sin embargo, que mientras reduce las actividades críticas actuales, otras rutas pueden volverse críticas. Por tanto, necesitará comprobar la ruta crítica en la red revisada y quizá identificar actividades adicionales que sea necesario reducir, o modificar su decisión de acortamiento inicial. Para una red pequeña puede usarse este enfoque de ensayo y error para tomar decisiones de reducción; sin embargo, en redes más grandes se requiere un procedimiento matemático para determinar las decisiones óptimas.

1.5 Modelo de programación lineal para acortar tiempos

En el procedimiento PERT / CPM usamos: $EF = ES + t$ para determinar el tiempo de finalización más temprano para una actividad. Observe que si se conoce ES, el tiempo de inicio más temprano para la actividad, el efecto de acortar una actividad será reducir t y por tanto EF, el tiempo de finalización más temprano. En esencia, usamos programación lineal para determinar cuáles actividades reducir y cuánto deberán recortarse.

Considere la actividad A, la cual tiene un tiempo esperado de 7 días. Sea x_A = tiempo de finalización más temprano para la actividad A, y y_A = cantidad de tiempo que se reduce la actividad A. Si asumimos que el proyecto comienza en el tiempo 0, el tiempo de inicio más temprano para la actividad A es 0. Debido a que el tiempo de la actividad A se reduce por la misma cantidad de tiempo que la actividad A es recortada. El tiempo de finalización más temprano para la actividad A es:

$$x_A \geq 0 + (7 - y_A) \quad \text{pasando } y_A \text{ a la izquierda}$$

$$x_A + y_A \geq 7$$

En general es:

$$x_i = \text{el tiempo de finalización más temprano para la actividad } i \quad i = A, B, C, D, E$$

$$y_i = \text{la cantidad de tiempo que la actividad } i \text{ es acortada} \quad i = A, B, C, D, E$$

Si seguimos el mismo enfoque que usamos para la actividad A, la restricción correspondiente al tiempo de finalización más temprano para la actividad C (tiempo esperado 6 días) es: $x_C \geq 0 + (6 - y_C)$ o $x_C + y_C \geq 6$

Al continuar con la pasada hacia adelante del procedimiento PERT / CPM, vemos que el tiempo de inicio más temprano para la actividad B es x_A , el tiempo de finalización más temprano para la actividad A. Por tanto, la restricción correspondiente al tiempo de finalización más temprano para la actividad B es:

$$x_B \geq x_A + (3 - y_B) \quad \text{o} \quad x_B + y_B - x_A \geq 3$$

Del mismo modo, obtenemos la restricción para el tiempo de finalización más temprano para la actividad D:

$$x_D \geq x_C + (3 - y_D) \quad \text{o} \quad x_D + y_D - x_C \geq 3$$

Por último, consideramos la actividad E. El tiempo de inicio más temprano para la actividad E es igual al más grande de los tiempos de finalización más tempranos para las actividades B y D. Debido a que los tiempos de finalización más tempranos para las actividades B y D serán determinados por el procedimiento de reducción, debemos escribir dos restricciones para la actividad E, una basada en el tiempo de finalización más temprano para la actividad B y una basada en el tiempo de finalización más temprano para la actividad D:

$$x_E + y_E - x_B \geq 2 \quad \text{y} \quad x_E + y_E - x_D \geq 2$$

Recuerde que los niveles de producción actuales hacen imperativo completar el proyecto de mantenimiento dentro de 10 días. Por tanto, las restricciones para el tiempo de finalización más temprano para la actividad E es:

$$x_E \leq 10$$

Además, debemos agregar las siguientes cinco restricciones correspondientes al tiempo de reducción máximo permisible para cada actividad:

$$y_A \leq 3 \quad y_B \leq 1 \quad y_C \leq 2 \quad y_D \leq 2$$

$$y_E \leq 1$$

Como en todos los programas lineales, agregamos los requerimientos de no negatividad usuales para las variables de decisión.

Elaboramos la función objetivo. Debido a que el costo total del proyecto para un tiempo normal se fijó en \$1.700, podemos minimizar el costo total del proyecto (costo normal más costo de reducir) minimizando los costos totales del acortamiento.
$$\text{Min } 100 y_A + 150 y_B + 200 y_C + 150 y_D + 250 y_E$$

Para determinar el acortamiento óptimo para cada una de las actividades debemos resolver un modelo de programación lineal de 10 variables y 12 restricciones. **SOLUCIÓN:** Acortar la actividad A por un día y la actividad E por un día, con un costo total de reducción de \$350. Ahora podemos elaborar un programa de actividades detallado usando $7 - 1 = 6$ días como tiempo revisado para la actividad A y $2 - 1 = 1$ día como el tiempo revisado para la actividad E.

RESUMEN:

La clave de este enfoque para programar proyectos es la elaboración de una red del proyecto PERT / CPM que describa las actividades y sus relaciones de precedencia. A partir de esta red del proyecto y las estimaciones de tiempos de las actividades, pueden identificarse la ruta crítica para la red y las actividades críticas asociadas. En el proceso, se identifica un programa de actividades que muestra los tiempos más tempranos de inicio y de terminación, los tiempos de inicio y finalización más tardíos y la holgura para cada actividad.

Podemos manejar tiempos de actividad variables o inciertos, y usar esta información para proporcionar una estimación de probabilidad acerca de las oportunidades que tendría el proyecto de completarse en un plazo o periodo especificado. También podemos reducir los tiempos de actividad con el objeto de cumplir con los plazos de finalización del proyecto, usando un modelo de programación lineal para determinar la decisión de reducir tiempos que minimizará el costo de recortar la duración del proyecto.

GLOSARIO

PERT / CPM: Procedimientos de programación de proyectos basados en una red.

Actividades: Labores o tareas específicas que son componentes de un proyecto. Las actividades se representan con nodos en una red del proyecto.

Predecesoras inmediatas: Actividades que deben completarse inmediatamente antes del inicio de una actividad dada.

Red del proyecto: Representación gráfica de un proyecto que describe las actividades y muestra las relaciones de precedencia entre las actividades.

Ruta crítica: La ruta más larga en una red del proyecto.

Ruta: Secuencia de nodos conectados que conducen desde el nodo de inicio hasta el nodo fin.

Actividades críticas: Actividades de la ruta crítica.

Tiempo de inicio más temprano: Tiempo más temprano en que puede empezar una actividad.

Tiempo de inicio más tardío: Tiempo más tardío en que puede comenzar una actividad sin aumentar el tiempo para completar el proyecto.

Tiempo de finalización más temprano: Tiempo más temprano en que puede completarse una actividad.

Tiempo de finalización más tardío: Tiempo más tardío en que puede completarse una actividad sin aumentar el tiempo para completar el proyecto.

Pasada hacia adelante: Parte del procedimiento PERT/CPM que implica avanzar a través de la red del proyecto para determinar los tiempos de inicio y finalización más tempranos para cada actividad.

Pasada hacia atrás: Parte del procedimiento PERT/CPM que implica retroceder a través de la red para determinar los tiempos de inicio y finalización más tardíos para cada actividad.

Holgura: Tiempo que puede demorarse una actividad sin afectar la duración total del proyecto.

Tiempo optimista: Tiempo de actividad mínimo si todo progresa de manera ideal.

Tiempo más probable: Tiempo de actividad más probable dentro de condiciones normales.

Tiempo pesimista: Tiempo de actividad máximo si se encuentran demoras significativas.

Tiempo esperado: Tiempo promedio de una actividad.

Distribución de probabilidad beta: Distribución de probabilidad usada para describir los tiempos de las actividades.

Reducir: Acortamiento de tiempos de actividad agregando recursos y, por tanto, por lo general aumentando el costo.

BIBLIOGRAFIA

MÉTODOS CUANTITATIVOS para los negocios; David R. Anderson, Dennis J. Sweeney, Thomas A. Williams; Novena edición; CENGAGE Learning. México

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES EN LA CIENCIA ADMINISTRATIVA; G. D. Eppen, F. J. Gould, C.P. Schmidt, Jeffrey H. Moore, Larry R. Weatherford; Edición en español; PRENTICE-HALL HISPANOAMERICANA S.A. México. 1re, 3re y 5ta Ediciones.

ADMINISTRACIÓN DE OPERACIONES Toma de decisiones en la función de operaciones; Roger G. Schroeder; Tercera edición; McGRAW-HILL. México. 3ra Edición.

DESARROLLE E IMPLEMENTE UN SISTEMA OPERACIONAL, más allá del análisis técnico. Tushur S. Chande, PhD; Prentice Hall.

MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA LA TOMA DE DECISIONES EN ADMINISTRACIÓN. Charles A. Gallagher, Hugh J. Watson; McGraw Hill.

LA ESENCIA DE LA ADMINISTRACIÓN DE OPERACIONES. Terry Hill; Prentice Hall Hispanoamericana S.A.

EJERCICIOS DE INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES. Félix Alonso Gornollon. ESIC Escuela Superior de Gestión Comercial y Marketing.

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES. Frederick S. Hillier, Gerald J. Lieberman. McGraw Hill. 5ta, 6ta y 7ma Edición.

ADMINISTRACIÓN DE OPERACIONES, Estrategia y Análisis. Lee J. Krajewski, Larry P. Ritzman. Prentice Hall. 5ta Edición.

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES, El arte de la toma de decisiones. Kamlesh Mathur, Daniel Solow. Prentice Hall Hispanoamericana S.A.

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES, Interpretación de modelos y casos. Mohammad Naghi Namakforoosh. LIMUSA Noriega Editores.

ADMINISTRACIÓN DE OPERACIONES Y PRODUCCIÓN, Calidad Total y respuesta sensible rápida. Hamid Noori, Russell Radford. McGraw Hill.

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES. Herbert Moskowitz, Gordon P. Wright. Prentice Hall Hispanoamericana S.A.

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES, Métodos y problemas. Maurice Sasiens, Arthur Yaspan, Lawrence Friedman. LIMUSA.

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES, Un enfoque fundamental. James E. Shamblyn, G. T. Stevenson. McGraw Hill.

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES. Hamdy A. Taha. Alfaomega. 5ta Edición.

ANÁLISIS CUANTITATIVO PARA LA TOMA DE DECISIONES. Bierman, Bonini, Hausman. IRWIN McGraw Hill. 8va y 9na Edición.