UNIVERSIDAD COOPERATIVA DE COLOMBIA
Bucaramanga
Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas
ADMINISTRACIÓN DE EMPRESAS
INVESTIGACIÓN OPERACIONAL II (120301451)

Docente: **HÉCTOR FLORENTINO HERNÁNDEZ CÁRDENAS**

Libro Guía: ANDERSON, David R. SWEENEY, Dennis J. WILLIAMS, Thomas A. ***MÉTODOS CUANTITATIVOS para los negocios*****;** Novena edición; CENGAGE Learning. México 2.009.

1.1 MODELO DE TAMAÑO DE LOTE ECONÓMICO DE PRODUCCIÓN

En el modelo LEO el pedido llega en un embarque de tamaño Q*, ahora, las unidades llegan a una tasa de suministro constante, se suministra la misma cantidad de unidades en cada periodo; ejemplo, 10 unidades cada día, 50 unidades cada semana. Una vez se coloca un pedido, la producción comienza y una cantidad constante de unidades se agrega al inventario cada día hasta que la corrida de producción se ha completado.

El **tamaño del lote** es la cantidad de unidades en un periodo de tiempo, ahora elaboramos un modelo de costo de ordenar y de mantener que expresa el costo total como una función del tamaño del lote de producción. Después intentamos encontrar el tamaño del lote de producción que minimice el costo total.

El modelo solo aplica cuando la tasa de producción es mayor que la tasa de demanda.

Durante la corrida de producción, la demanda reduce el inventario mientras la producción agrega al inventario. La mayor producción respecto a la demanda causa una acumulación gradual de inventario durante el periodo de producción. Cuando se completa la corrida de producción, la demanda continua causa que el inventario disminuya de forma gradual hasta que se inicie una nueva corrida de producción.

El costo de mantener es igual, el costo de ordenar se denomina **costo de montaje** de la producción. Este costo, que incluye costos de mano de obra, material y costos de la producción perdida en los que se incurre mientras se prepara el sistema de producción para su operación, es un costo fijo que ocurre para cada corrida sin importar el tamaño del lote de producción.

Modelo de costo total

Trabajamos los costos de mantener con el inventario promedio, usando un periodo de un año y un costo anual para el modelo.

Para calcular el inventario máximo: d = tasa de demanda diaria
p = tasa de producción diaria
t = número de días para una corrida de producción

Debido a que suponemos que p es mayor que d, la tasa de aumento de inventario diaria durante la fase de producción es $p - d$. Sí corremos la producción por t días y colocamos $p - d$ unidades en inventario cada día, el inventario final de la corrida de producción será $(p - d)t$ que también es el inventario máximo.

Inventario máximo = $(p - d)t$

Q es el número de unidades a producir y la tasa de producción es p unidades, entonces **$t = Q/p$ días**

Reemplazando **Inventario máximo = $(p - d)t = (p - d)(Q/p) = (1 - (d/p))Q$**

El inventario promedio es la mitad del inventario máximo. **Inventario promedio = $\frac{1}{2}(1 - (d/p))Q$**

C_h = Costo de mantener anual por unidad

Costo de mantener anual = (Inventario promedio)(Costo anual x unidad)

$= \frac{1}{2}(1 - (d/p))QC_h$

D = demanda, C_o = Costo de montaje para cada corrida de producción.

Costo de montaje anual = (Cantidad de corridas de producción anuales)(Costo de montaje por corrida)
$= (D/Q)\, C_o$

Entonces: **$TC = \frac{1}{2}(1 - (d/p))QC_h + (D/Q)\, C_o$**

Supongamos que la instalación de producción opera 250 días anuales. Entonces **$d = D/250$**

P = la producción anual para el producto sí se produce todos los días. **$P = 250p$** y **$p = P/250$**

Por tanto: **$d/p = (D/250) / (P/250) = D/P$** Entonces: $TC = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{D}{P}\right)QC_h + \frac{D}{Q}C_o$

Tamaño del lote económico de producción

Usando cálculo diferencial se elaboró: $Q^* = \sqrt{\frac{2DC_o}{(1-D/P)C_h}}$

Conforme la tasa de producción P se acerca al infinito, D/P se acerca a cero, volviendo a la ecuación inicial.

Ejemplo: El jabón Beauty Bar Soap se elabora en una línea de producción que tiene una capacidad anual de 60.000 cajas. La demanda anual se estima en 26.000 cajas, con la tasa de demanda esencialmente constante a lo largo del año. La limpieza, preparación y montaje de la línea de producción cuesta \$135. El costo de manufactura por caja es \$4,50 y el costo de mantener anual se calcula en una tasa de 24%. Por tanto Ch = *IC* = 0,24(4,50) = 1,08. ¿Cuál es el tamaño del lote de producción recomendado? Q* = √ (2(26.000)(135) / (1 – (26.000/60.000)(1,08)) = 3.387 y TC = 2.073

Se requieren 5 días para programar y montar una corrida de producción:

La demanda en el tiempo de entrega = (26.000/250)(5) = 520 cajas es el punto de reorden.

Tiempo de ciclo es: *T* = 250Q* / *D* = 250(3.387) / 26.000 = 33 días hábiles.

Deberíamos planear una corrida de 3.387 unidades cada 33 días hábiles.

4.4 OTROS MODELOS DE INVENTARIOS

4.4.1 MODELO DE INVENTARIO CON ESCASEZ PLANEADA

Una **escasez** o **agotamiento** es una demanda que no puede surtirse. En muchas situaciones, la escasez es indeseable y debería evitarse si es posible. Sin embargo, en otros casos puede ser deseable, desde el punto de vista económico, planear y permitir la escasez, conocido como **pedidos pendientes de surtir** (*backorder*).

Frecuentemente, el periodo de espera en situaciones de pedido pendiente de surtir es relativamente corto; por tanto, al prometer al cliente prioridad máxima y entrega inmediata cuando se disponga de las mercancías, las empresas pueden convencerlo de esperar hasta que llegue la mercancía.

Este modelo es una extensión del modelo LEO, si S es la cantidad de pedido no surtido que se acumulan cuando se recibe un nuevo embarque de tamaño Q, entonces:

- Si existen S pedidos pendientes de surtir cuando llega un nuevo embarque de tamaño Q, entonces esos S pedidos son entregados a los clientes comprometidos, y los restantes Q – S unidades se colocan en inventario. Entonces Q – S es el inventario máximo.
- El ciclo de inventario de T días se divide en dos fases: t_1 días cuando hay inventario disponible y los pedidos se surten conforme llegan, y t_2 días cuando ocurre un agotamiento de existencias y todos los pedidos nuevos son colocados como pendientes por surtir.

Para el modelo de inventario con pedido pendiente, encontramos los costos de ordenar y mantener usuales. También incurrimos en un costo de pedido pendiente de surtir en función de los costos de mano de obra y de entrega especial asociados en forma directa con el manejo de este tipo de pédidos. Otra porción del costo de pedido pendiente explica la pérdida de clientela debido a la espera. El costo de clientela o costo de insatisfacción de la clientela se acostumbra a expresar en función del costo de tener una unidad pendiente de surtir por un periodo establecido; similar al cálculo que hacemos de costo de mantener, y podemos hacer el calcular el costo anual de pedidos pendientes de surtir.

Elaboración del modelo de costo total: Inicialmente calculamos el inventario promedio. Inventario máximo Q – S unidades por t_1 días que tenemos inventario disponible. Ningún inventario se tiene durante los t_2 días en los que experimentamos pedidos en reserva. **Inventario promedio =** $\frac{1}{2}[(Q-S)t_1 + (0)t_2] / (t_1 + t_2) = \mathbf{\frac{1}{2}[(Q-S)t_1] / T}$

Expresemos t_1 y T en términos de inventarios. $t_1 = (Q - S) / d$ en días $T = Q / d$ en días

Reemplazando **Inventario promedio =** $\frac{1}{2}[(Q-S)[(Q-S)/d]] / (Q/d) = \mathbf{(Q-S)^2 / 2Q}$

Cantidad anual de pedido = D / Q

Promedio de pedidos pendientes, el máximo para estos es S. En t_1 no tenemos pendientes.

Promedio de pedidos pendientes de surtir = $[(0)t_1 + (S/2)t_2] / T = [(S/2)t_2] / T$

El tiempo que no hay mercancía del ciclo de inventario es: $t_2 = S / d$

Reemplazando **Promedio de pedidos pendientes de surtir =** $\mathbf{[(S/2)(S/d)] / (Q/d) = S^2 / 2Q}$

Sea: C_h = Costo de mantener una unidad en inventario por un año
C_o = Costo por pedido
C_b = Costo de mantener una unidad en pedido pendiente de surtir por un año

El costo total TC, la cantidad a ordenar Q^* y los pedidos pendientes de surtir planeados S^* para el modelo de inventario con pedido pendiente de surtir es:

$$TC = \frac{(Q-S)^2}{2Q}C_h + \frac{D}{Q}C_o + \frac{S^2}{2Q}C_b \qquad Q^* = \sqrt{\frac{2QC_o}{C_h}\left(\frac{C_h+C_b}{C_b}\right)} \qquad S^* = Q^*\left(\frac{C_h}{C_h+C_b}\right)$$

Ejemplo: Higley Radio Components Company tiene un producto para el cual son válidas las suposiciones del modelo de inventario con pendientes. La información obtenida por la compañía es:

D = 2.000 unidades anuales
I = 20%
C = \$50 por unidad
$C_h = IC$ = (0,20)(\$50) = \$10 por unidad anuales
C_o = \$25 por pedido

La compañía está considerando la posibilidad de permitir que ocurran algunos pedidos pendientes para el producto. El costo del pedido pendiente anual se estima que es \$30 anuales por unidad.

$Q^* = \sqrt{(2(2000)(25) / 10) [(10 + 30) / 20]} = 115{,}47 \quad S^* = 115 [10 / (10 + 30)] = 28{,}87$

Si se pone en práctica esta solución, el sistema operará con las siguientes propiedades:

Inventario máximo = $Q - S$ = 115,47 – 28,87 = 86,6

Tiempo de ciclo = $T = (Q/D)(250)$ = (115,47/2000)(250) = 14,43 días hábiles

Costo de mantener = $[(Q - S)^2 / 2Q] C_h = [(86{,}6)^2 / [2(115{,}47)]] (10)$ = \$325

Costo de ordenar = $(D/Q)\ C_o$ = (2000/115,47) / 25 = \$433

Costo de los pedidos pendientes = $(S^2 / 2Q)\ C_b = [(28{,}87)^2 / 2(115{,}47)] (30)$ = \$108

Costo total = \$866

Sí la compañía elige prohibir que se permitan pedidos pendientes y adopta el modelo LEO regular, entonces:

$Q^* = \sqrt{(2(2000)(25) / 10)} = 100$

Costo de mantener anual = ½ (QC_h) = ½ (100x10) = 500

Costo de ordenar anual = $(D/Q)C_o$ = (2000/100)25 = 500

Costo Total = 1.000

En este problema, permitir pedidos pendientes está proyectando un ahorro de \$1000 - \$866 = \$134 o 13,4% respecto al modelo LEO sin agotamiento.

Si a la empresa le preocupa que el agotamiento de existencias pueda conducir a la perdida de ventas, entonces el ahorro podría no ser suficiente para justificar el cambio a una política de inventario que permita una escasez planeada.

1.4.2 MODELO DE INVENTARIO DE UN SOLO PERIODO CON DEMANDA PROBABILISTACA

La Característica es que la demanda se describe mejor como una distribución de probabilidad. Es aplicable en situaciones que implican artículos estacionales o perecederos que no pueden mantenerse en inventario y venderse en periodos futuros y no se conoce la demanda exacta, los pronósticos pueden mostrar que puede tener una amplia variedad de valores.

Johnson Shoe Company

La compañía decidió ordenar un zapato para hombre que será parte de la promoción primavera-verano; planea tener una venta de liquidación especial en Agosto para colocar todos los zapatos que no se hayan vendido para el 31 de Julio. Los zapatos cuestan $40 el par y se venden al menudeo por $60 el par; precio de oferta $30 el par. ¿Cuántos pares ordenar?

Necesitamos conocer cuáles son los valores posibles de la demanda para los zapatos. Supongamos una distribución de probabilidad uniforme, con un rango de la demanda de 350 a 650 pares de zapatos, con una demanda promedio de 500 pares.

Análisis incremental: Cuanto ordenar comparando el costo o pérdida de *ordenar una unidad adicional* con el costo o pérdida de *no ordenar una unidad adicional*.

c_o = costo por unidad de demanda sobrestimada. $c_o = 40 - 30 = 10$

c_u = costo por unidad de demanda subestimada. $c_u = 60 - 40 = 20$

Encontrar el valor de Q donde la pérdida esperada de ordenar una unidad adicional PE(Q* + 1) es igual a la pérdida esperada de no ordenar una unidad incremental PE(Q*). PE(Q* + 1) = PE(Q*)

PE(Q* + 1) = c_o P (demanda ≤ Q*); PE(Q*) = c_u P (demanda > Q*) y P (demanda ≤ Q*) + P (demanda > Q*) = 1

P (demanda > Q*) = 1 - P (demanda ≤ Q*) PE(Q*) = c_u P (demanda > Q*)

PE(Q*) = c_u [1 - P (demanda ≤ Q*)]

PE(Q* + 1) = PE(Q*)

c_o P (demanda ≤ Q*) = c_u [1 - P (demanda ≤ Q*)]

$$P\text{ (demanda } \leq \text{ Q}*) = \frac{c\text{u}}{c\text{u} + c\text{o}}$$

Para Johnson Shoe Company $P\text{ (demanda } \leq \text{ Q}*) = \frac{c\text{u}}{c\text{u} + c\text{o}} = \frac{20}{20 + 10} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$

SOLUCIÓN: La distribución de probabilidad se distribuye uniformemente a lo largo del rango. Calculamos los $\frac{2}{3}$ del rango para encontrar Q* = 550

RESUMEN: La clave para establecer una cantidad óptima a ordenar para los modelos de inventario con un solo periodo es identificar la distribución de probabilidad que describe la demanda para el articulo y los costos de las sobreestimación y la subestimación; después podemos calcular la ubicación de Q* en la distribución de probabilidad.

EJEMPLO: Nationwide Car Rental, debe decidir cuántos automóviles tener disponibles en cada ubicación de alquiler a lo largo del año. Usando la ubicación de Myrtle Beach, California del Sur, a la administración le gustaría conocer la cantidad de automóviles grandes que debe tener disponibles para el fin de semana del Día del Trabajo. Con base en la experiencia, la demanda de los clientes para automóviles grandes para ese fin de semana tiene una distribución normal con una media de 150 automóviles y una desviación estándar de 14 autos.

Denotaremos Q como la cantidad de autos grandes disponibles. Sí Q es mayor que la demanda de los clientes se presentará un excedente de automóviles con un costo estimado de $80 por automóvil que representa el costo de oportunidad de no tener el automóvil disponible para alquilar en cualquier otra parte.

Sí Q es menor que la demanda de los clientes, se presentara agotamiento o escasez con costo estimado de $200 por automóvil que refleja el costo la utilidad no realizada y la pérdida de clientela por no tener disponible un auto. ¿Cuántos autos grandes debería disponer para el fin de semana del Día del trabajo en está sede?

$$P\ (\text{demanda} \ \leq\ \mathrm{Q}*) = \frac{\mathrm{c_u}}{\mathrm{c_u} + \mathrm{c_o}} = \frac{200}{200 + 80} = 0.7143$$

Consultamos en la tabla de la distribución estándar encontramos que 0.7143 del área de la distribución normal ocurre en z = 0.57. $Q^* = \mu + 0.57\ \partial = 150 + 0.57\ (14) = 158$

La cantidad óptima a ordenar tiene una posibilidad de 0.7143 de un excedente y una probabilidad de 1 – 0.7143 = 0.2857 de un agotamiento. En otras palabras hay una probabilidad de 0.2857 de que todos los 158 automóviles grandes se alquilarán durante la el fin de semana del Día del Trabajo. Observe que en este caso el costo de sobreestimación es menor que el costo de subestimación, por esta razón Nationwide está dispuesta a arriesgar una posibilidad mayor de sobrestimar la demanda y así una posibilidad mayor de un excedente.

RESUMEN

Presentamos algunos de los enfoques que emplean los analistas cuantitativos para ayudar a los administradores a establecer políticas de inventario de bajo costo. Enfatizamos que el inventario y los sistemas de inventarios pueden ser una fase costosa de la operación de una empresa. Es importante para los gerentes estar conscientes del costo de los sistemas de inventario y tomar las mejoras decisiones posibles de política de operación para el sistema de inventario. Los modelos de inventario, como se presentaron, pueden ayudar a los gerentes a elaborar buenas políticas de inventarios.

GLOSARIO

Lote económico a ordenar (LEO) Cantidad a ordenar que minimiza los costos anuales de mantener y de ordenar.

Tasa de demanda constante Suposición de muchos modelos de inventario que establece que se toma la misma cantidad de unidades del inventario en cada periodo.

Costo de mantener Costo asociado con mantener una inversión en inventario, incluyendo el costo de la inversión de capital en el inventario, seguros, impuestos, gastos generales del almacén, etc. Este costo puede establecerse como un porcentaje de inversión en inventario o como un costo por unidad.

Costo de capital Costo en el que incurre una empresa para obtener capital para inversión. Puede establecerse como una tasa de porcentaje anual, y es parte del costo de mantener asociado con el mantenimiento del inventario.

Costo de ordenar Un costo que es fijo para cada pedido (salarios, papel, transporte, etc.) y está asociado con colocar ese pedido para un articulo.

Posición de inventario Inventario disponible más el inventario ya pedido.

Punto de reorden Posición del inventario en la que debe colocarse un pedido nuevo.

Tiempo de entrega Tiempo entre la colocación de un pedido y su recepción en el sistema de inventario.

Demanda del tiempo de entrega Cantidad de unidades demandadas durante el tiempo de entrega.

Tiempo de ciclo Tiempo que transcurre entre la colocación de dos pedidos consecutivos.

Tasa de suministro constante Situación

BIBLIOGRAFIA

MÉTODOS CUANTITATIVOS para los negocios; David R. Anderson, Dennis J. Sweeney, Thomas A. Williams; Novena edición; CENGAGE Learning. México

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES EN LA CIENCIA ADMINISTRATIVA; G. D. Eppen, F. J. Gould, C.P. Schmidt, Jeffrey H. Moore, Larry R. Weatherfrord; Edición en español; PRENTICE-HALL HISPANOAMERICANA S.A. México. 1re, 3re y 5ta Ediciones.

ADMINISTRACIÓN DE OPERACIONES Toma de decisiones en la función de operaciones; Roger G. Schroeder; Tercera edición; McGRAW-HILL. México. 3ra Edición.

DESARROLLE E IMPLEMENTE UN SISTEMA OPERACIONAL, más allá del análisis técnico. Tushur S. Chande, PhD; Prentice Hall.

MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA LA TOMA DE DECISIONES EN ADMINISTRACIÓN. Charles A. Gallagher, Hugh J. Watson; McGraw Hill.

LA ESENCIA DE LA ADMINISTRACIÓN DE OPERACIONES. Terry Hill; Prentice Hall Hispanoamericana S.A.

EJERCICIOS DE INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES. Félix Alonso Gornollon. ESIC Escuela Superior de Gestión Comercial y Marketing.

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES. Frederick S. Hillier, Gerald J. Lieberman. McGraw Hill. 5ta, 6ta y 7ma Edición.

ADMINISTRACIÓN DE OPERACIONES, Estrategia y Análisis. Lee J. Krajewski, Larry P. Ritzman. Prentice Hall. 5ta Edición.

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES, El arte de la toma de decisiones. Kamlesh Mathur, Daniel Solow. Prentice Hall Hispanoamericana S.A.

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES, Interpretación de modelos y casos. Mohammad Naghi Namakforoosh. LIMUSA Noriega Editores.

ADMINISTRACIÓN DE OPERACIONES Y PRODUCCIÓN, Calidad Total y respuesta sensible rápida. Hamid Noori, Russell Radford. McGraw Hill.

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES. Herbert Moskowitz, Gordon P. Wright. Prentice Hall Hispanoamericana S.A.

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES, Métodos y problemas. Maurice Sasiens, Arthur Yaspan, Lawrence Friedman. LIMUSA.

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES, Un enfoque fundamental. James E. Shamblin, G. T. Stevenson. McGraw Hill.

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES. Hamdy A. Taha. Alfaomega. 5ta Edición.

ANÁLISIS CUANTITATIVO PARA LA TOMA DE DECISIONES. Bierman, Bonini, Hausman. IRWIN McGraw Hill. 8va y 9na Edición.